

欢姐社学习漫画

# 漫画电气电路

爱淘书  
www.itaobooks.com

(日) 饭田芳一 / 著  
(日) 山田ガレキ / 漫画绘制  
(日) パルスクリエイティブハウス / 漫画制作  
刘卫颖 / 译



科学出版社  
www.sciencep.com

KjndJedX出版社

## 前 言

对很多想要学习电气的朋友们来说，电气电路恐怕是横跨面前的第一道障碍。如果无法跨越这道障碍，随后要想继续学习发电、输电，还有电子电路等一系列知识，就会感觉越来越吃力。然而即便从电气电路学起，一旦面对那些数学公式之类生硬乏味的东西，往往又会犹豫着想打退堂鼓吧？

想到这里，我专门创作了本书，希望能尽量帮助那些打算学习电气电路的朋友轻松愉快地掌握这门知识。书中休斯和科斯莫这对搭档，在虚拟世界“帕拉雷乐园”中，通过不断地挑战各种各样的电气电路问题——从直流电路到交流电路、再到发电输电，知识水平一步一步地提高。所以我希望每一位看本书的朋友都不要输给他们俩，一定要和他们一样，迎头向上，一起来享受烦恼、难题一个一个被迎刃而解的喜悦。

通过本书对电气电路更加了解、更加感兴趣的朋友，一旦闯过了电气电路这道最初的难关，在帕雷斯乐园的前方，还会出现美丽迷人的电气技术世界，在更前方，还将有智能电网、宇宙太阳能发电等不可思议的世界，在等着你们去挑战、去探索。

最后，我要借此机会向承担本书漫画绘制工作的山田先生，承担漫画制作工作的各位，和给予我执笔本书机会的欧姆社开发局的各位及所有相关工作人员表达深深的感谢。

饭田芳一

# 目 录

序 幕 ..... 1

## ● 第1章 电气是什么

1. 电气的真相 .....	10
原子核和电子 .....	19
静电感应 .....	19
2. 电的功能 .....	21

## ● 第2章 直流电路

1. 串联电路 .....	28
实物图和电路图 .....	39
2. 并联电路 .....	40
实物图和电路图 .....	40
3. 欧姆定律 .....	41
基础中的基础：欧姆定律 .....	41
电路图和求解法 .....	42



提高讲座① 合成电阻 ..... 43



提高讲座② 关于等效电路 ..... 58

4. 等效电路 .....	56
5. 基尔霍夫定律 .....	60
电气电路理论的基础 .....	60

## 小 结

电 能 .....	73
电 导 .....	73
惠斯通电桥电路 .....	73
叠加定理 .....	74

## ● 第3章 交流电路

1. 电磁感应 .....	76
2. 正弦波交流 .....	81
3. 平均值和有效值 .....	83
有效值分析 .....	93
求有效值 .....	94
有效值的定义 .....	94



### 提高讲座③ 向量和复数 ..... 96

向量和复数总结 .....	99
---------------	----

4. 阻抗和导纳 .....	101
电 感 .....	113
感应电抗 .....	115
静电电容 .....	116
容量电抗 .....	117
5. 向量和相位差 .....	121
6. 交流电功率 .....	135
交流电功率的表达式 .....	145
电功率和阻抗、功率因数之间的关系 .....	148
电功率的向量式 .....	149



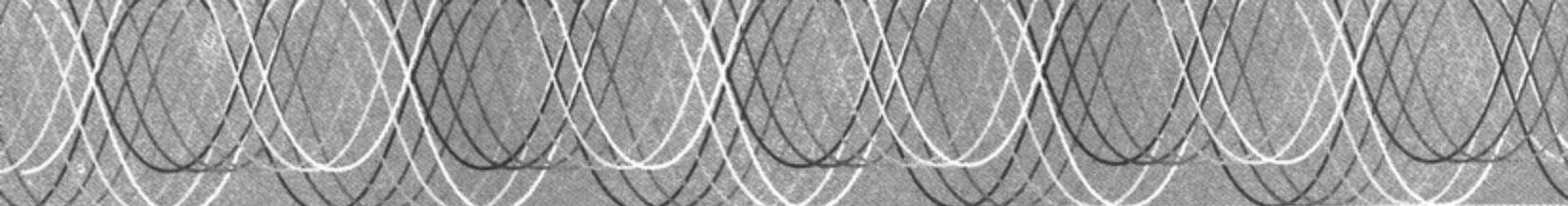
### 提高讲座④ 交流电功率 ..... 151

## 小 结

共振电路 .....	157
凤 - 戴维南定理 .....	157

## ● 第4章 三相交流电路

1. 三相交流的优点 .....	162
使用三相交流的理由 .....	164



2. 三相交流的连接方式 .....	165
Y形和△形 .....	165
3. 三相交流向量 .....	166
向量运算符 .....	166
为什么是3根电线 .....	167
4. Y和△制作的三相交流 .....	168
Y接线和△接线 .....	168
Y-Y接线和Y-△接线 .....	169
超简单的△电源 .....	179
5. 三相交流电功率 .....	181



#### 提高讲座⑤ 三相交流 .....

### 小结

旋转磁场 .....	194
变频电路 .....	196

## ● 第5章 发电和输电



#### 提高讲座⑥ 发电和输电 .....

### 小结

智能电网 .....	209
微波输电技术 .....	210
超导技术 .....	210
太空太阳能发电 .....	211
核聚变发电 .....	212
燃料电池 .....	213
太阳能发电 .....	213
风力发电 .....	213



热 泵 .....	215
LED 照明 .....	215
电力线互联网 .....	215
<b>提高讲座⑦ 电气电路用语 .....</b>	<b>217</b>
基础篇 .....	217
实用篇 .....	218
希腊字母 .....	219
电气电路的单位 .....	220
电气电路的图标 .....	221
<b>尾 声 .....</b>	<b>223</b>

# 序 幕

XX 大学研究室

瞧着吧，

只要捕捉到粒子，  
新能源时代就将宣  
告来临啦！

电气工学教授  
增田洋太

这样一来我也能  
成为划时代的领  
军人物吧……  
我设计的游戏会  
畅销吧？

齐子，  
用这个帮我下载  
一下数据。

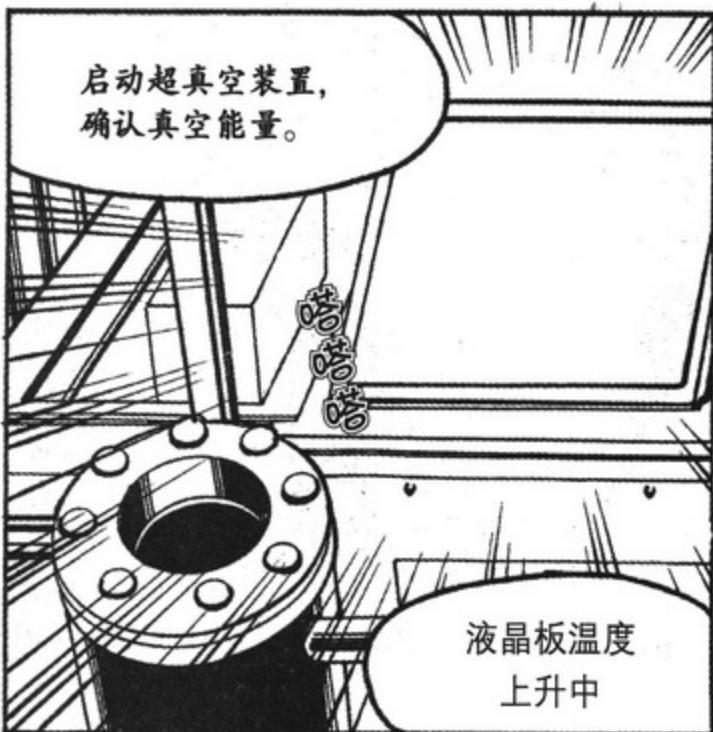
是！

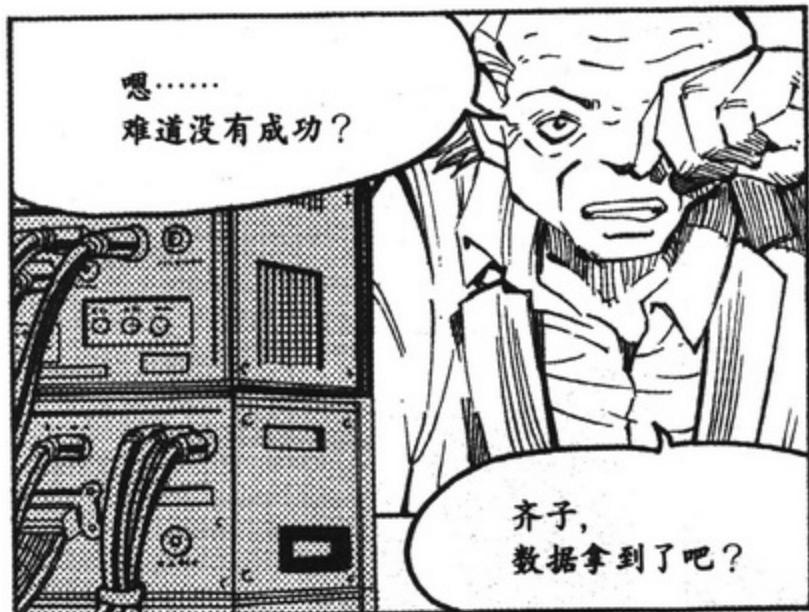
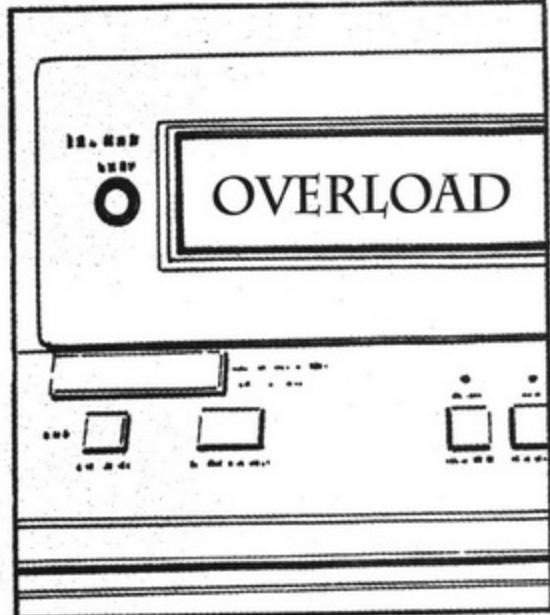
电气工学教授  
增田齐子

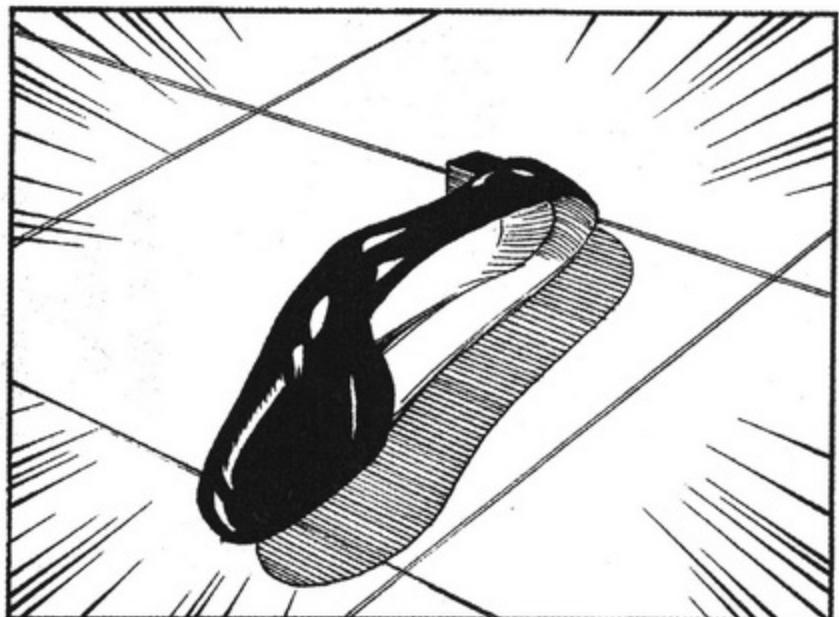
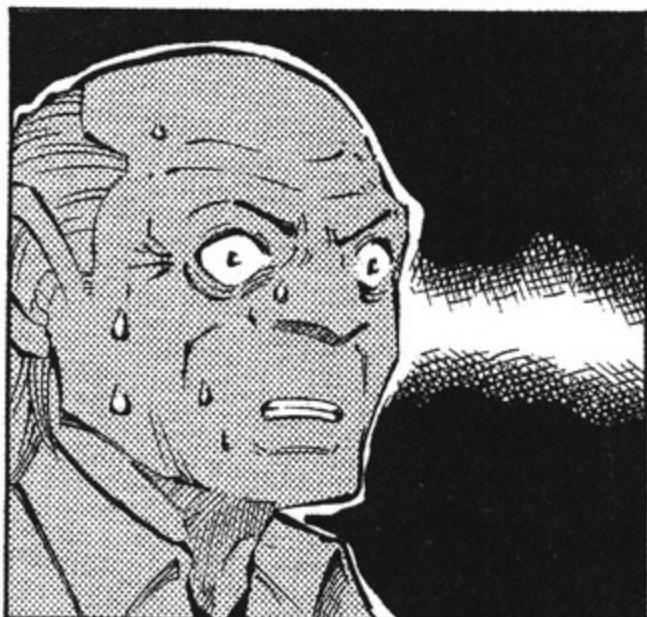
亲爱的，  
一切准备就绪了。

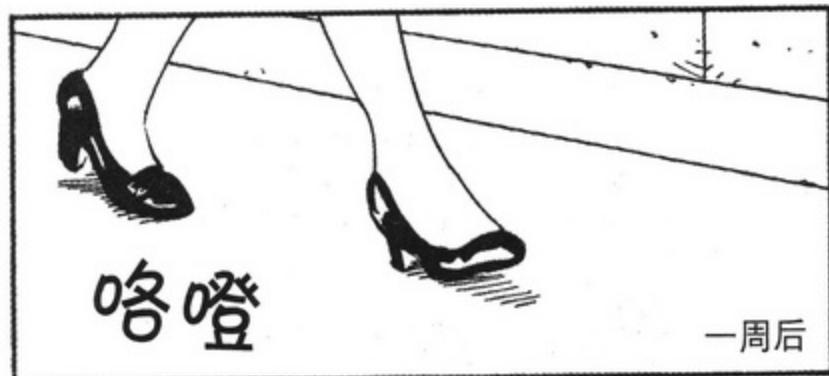


幕



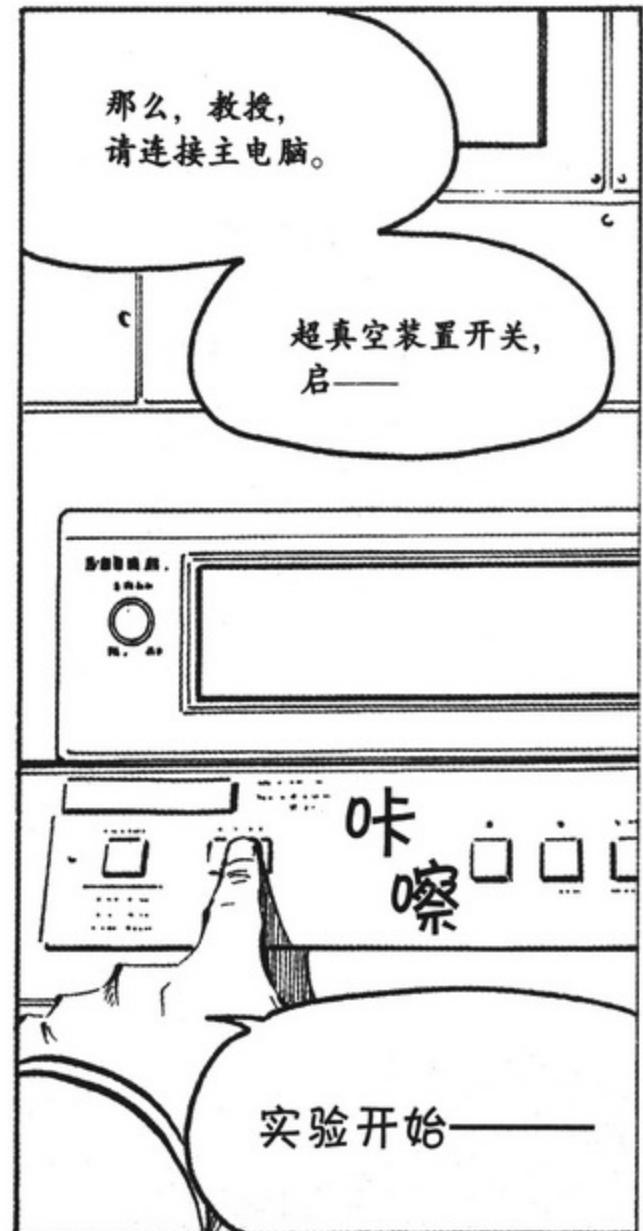
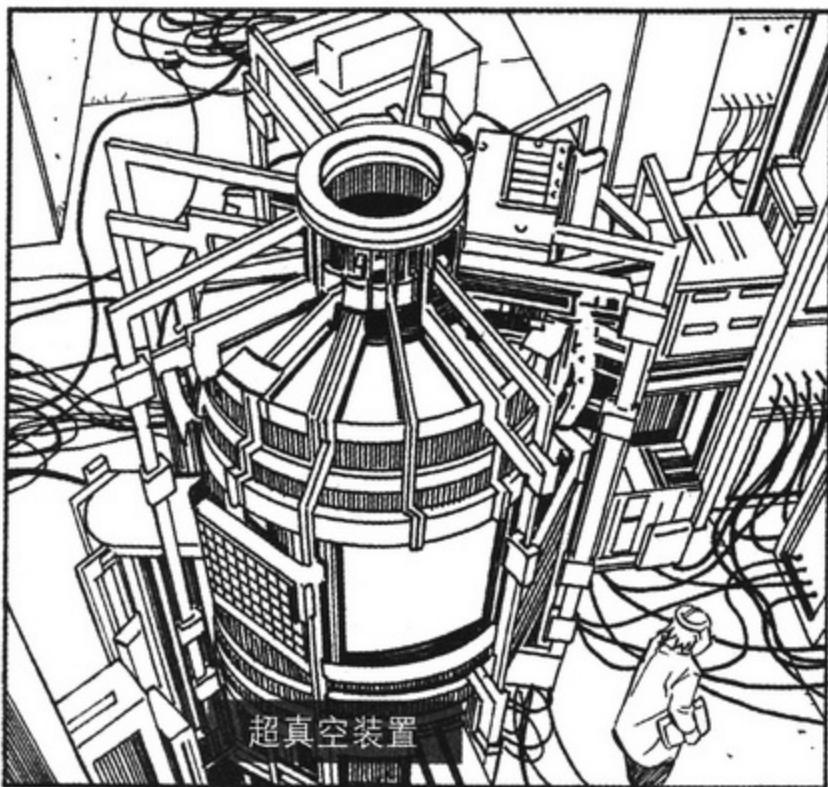






## 增田研究室





味 END OR!!

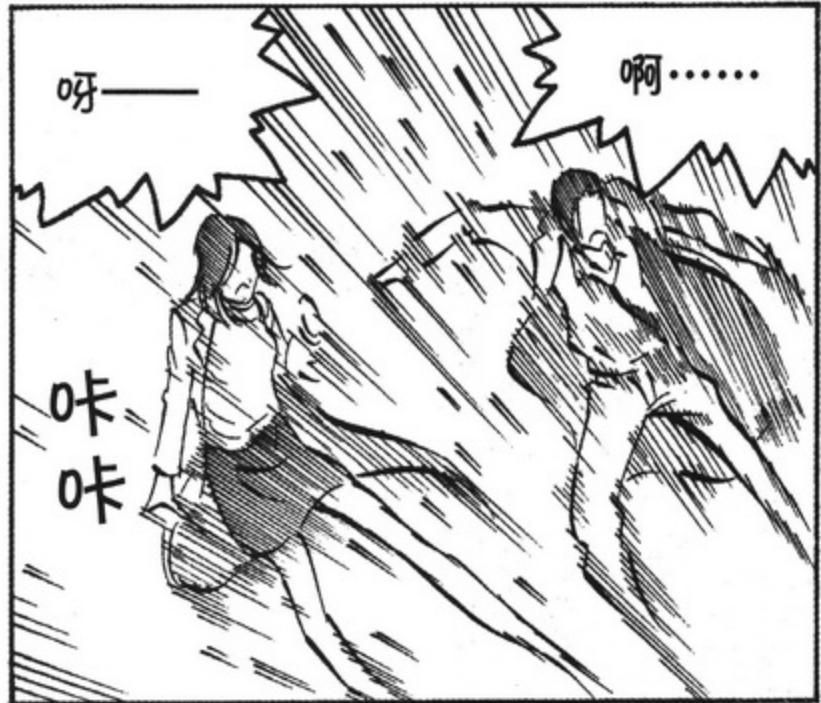
哇啊 ~~~~~~

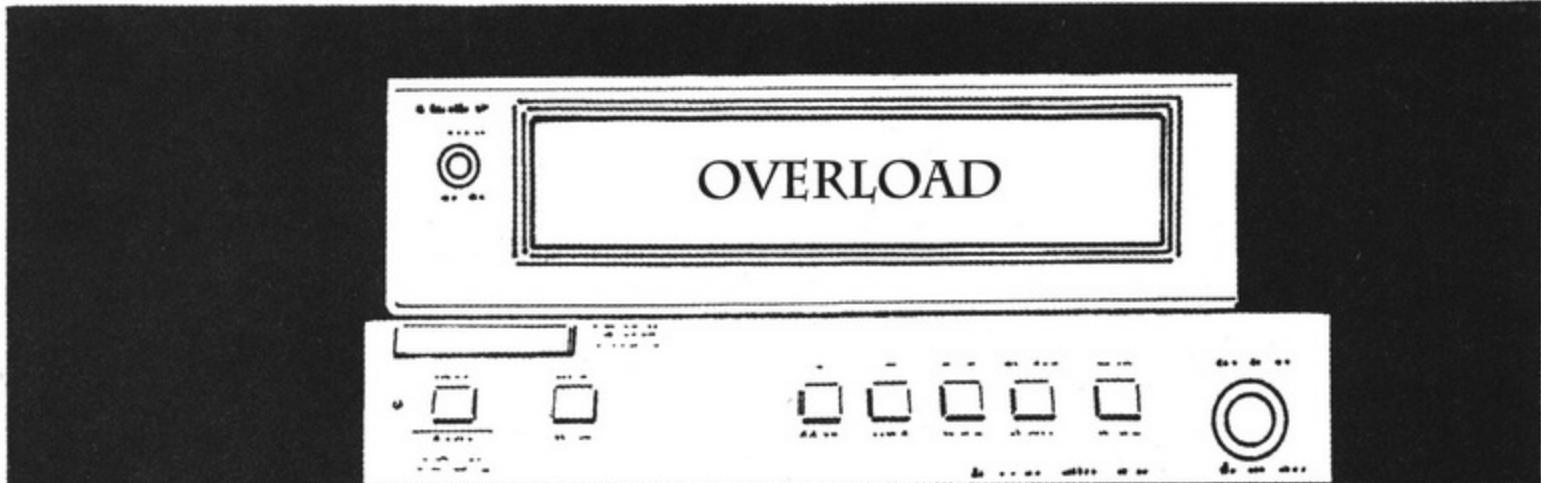
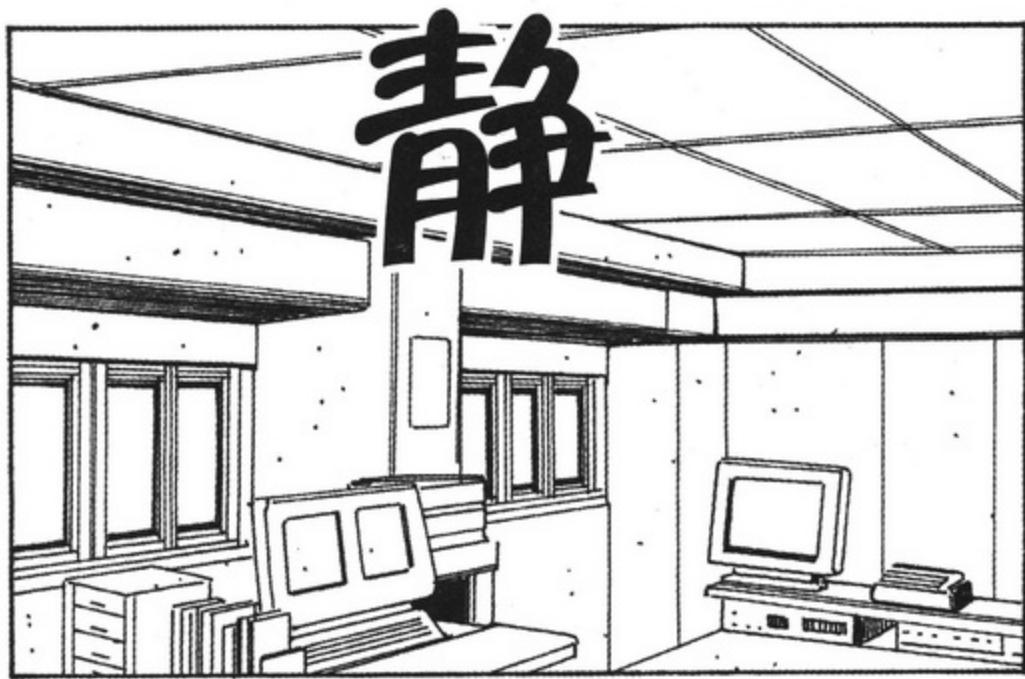


怎么回事？



呀—— 啊.....





# 第1章

# 电气是什么

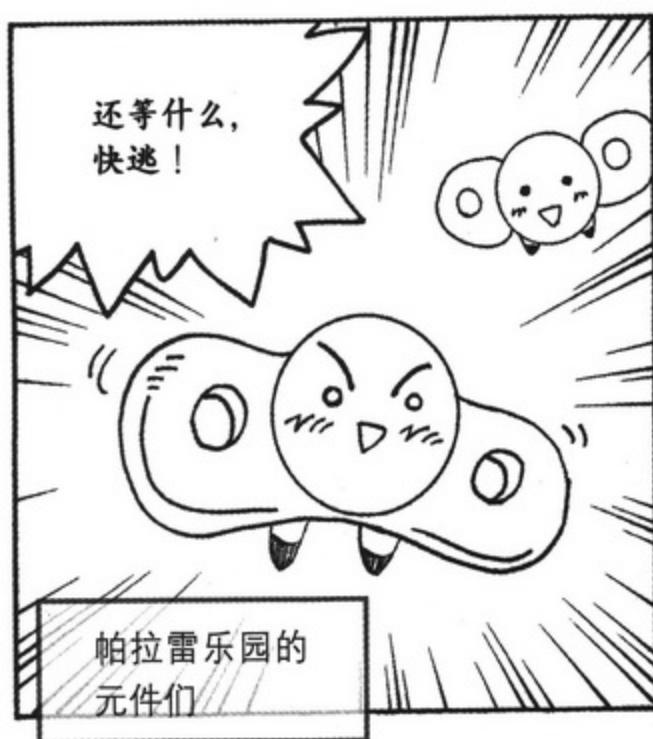


# 1. 电气的真相

吱 嘂 嘂

虚拟世界——  
帕拉雷乐园







帕雷拉乐园中越模的分身——科莫斯









谢谢！行啦，就这么定了！那么咱们先自我介绍一下吧！

我叫增田洋太。在大学里教授电气电路。

看

他们两个是我的助手。

我叫火涡要。  
请多关照！

越模丽。  
请多关照！

对了，  
你们就叫我，

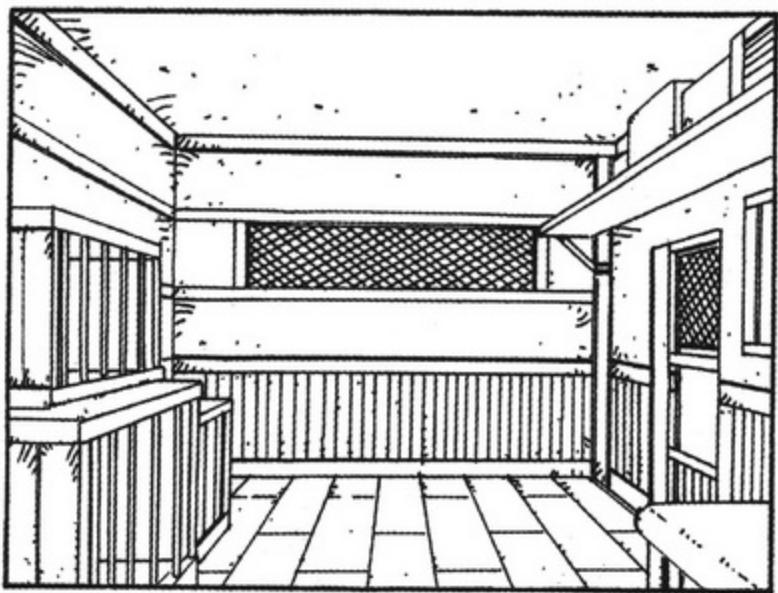
增田硕士吧。

从天而降的女人是我  
的夫人，也在大学教  
电气电路。

不是硕士，  
是博士。

嘿……





## ● 原子核和电子



电(气)就是“自由流动的电子”，这个你知道吧？

所谓物质，在这我们以铁为例，其实都是由原子构成的。那你知道原子是如何构成的吗？



啊，当然知道，是原子核和电子，对吧？



没错。而原子核由质子和中子构成，质子带正电荷。



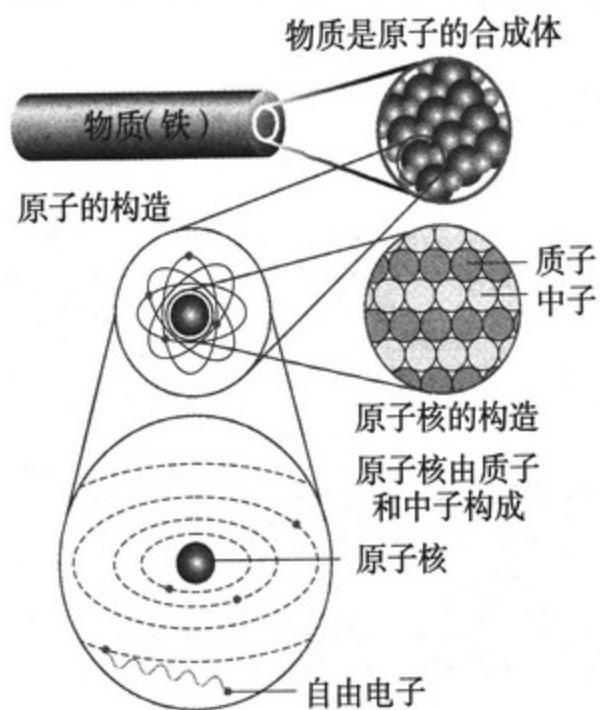
那么原子核周围全都是电子对吧？



是的。其中最外侧的电子容易脱离轨道，于是就成为自由电子。自由电子移动时，电就会流动。



所以我说我知道嘛！



## ● 静电感应



别急嘛！基础最重要，所以你再稍微耐心点听我说。正好啊，这里有块塑料板，还有一块皮革。你看，用毛皮摩擦塑料板，就会带电。

利用这种静电感应就形成最原始的电容。



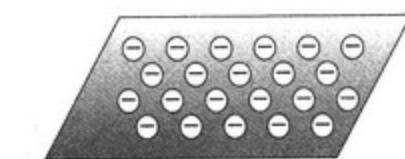
这个我知道、知道呀！



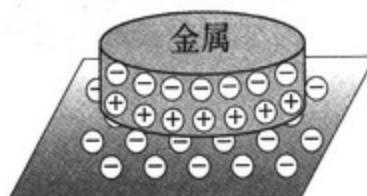
好啦！我可是头一回听说。这不光是讲给休斯听的，也是讲给我听的！



用毛皮摩擦塑料板



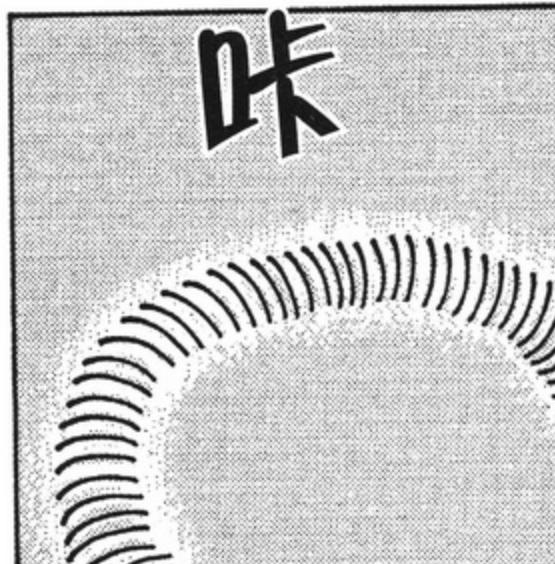
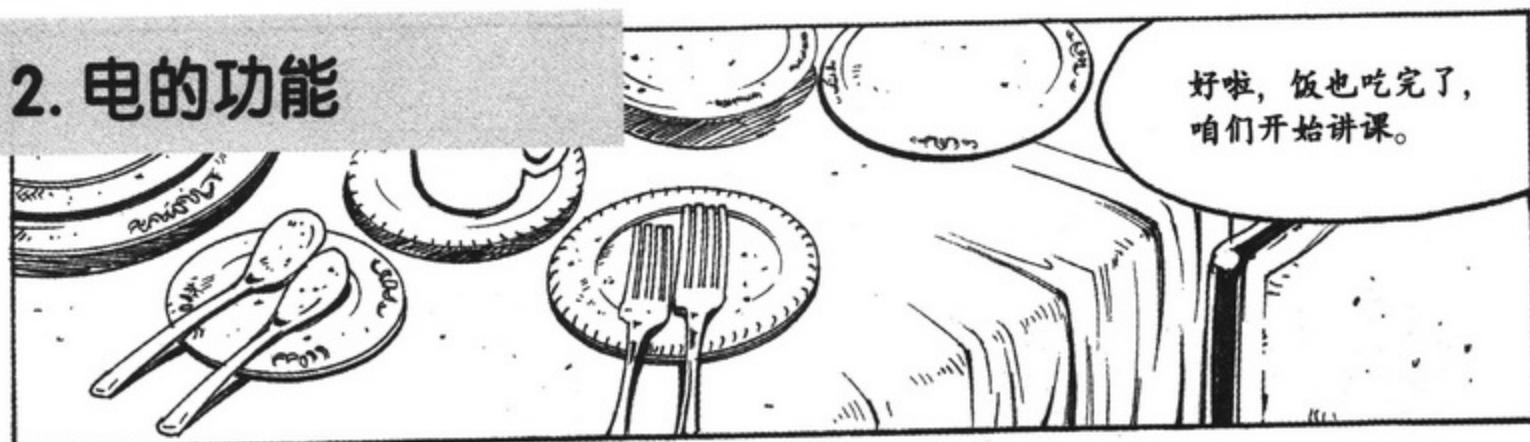
毛皮带正电，塑料板带负电



在带负电的塑料板上放一块金属的话，靠近塑料板的一边带正电，另一边带负电



## 2. 电的功能



此时电流经过镍铬电热丝时产生的电阻转变成热能，

发出热量，这种热量就叫做焦耳热。

被褥暖炉

烤面包机

电热器

我们在生活中使用的很多东西都是利用这一原理哦。被褥暖炉呀，烤面包机呀，电热器呀，都是！

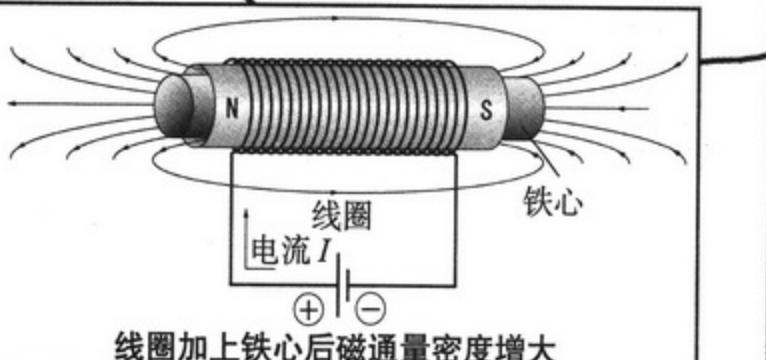
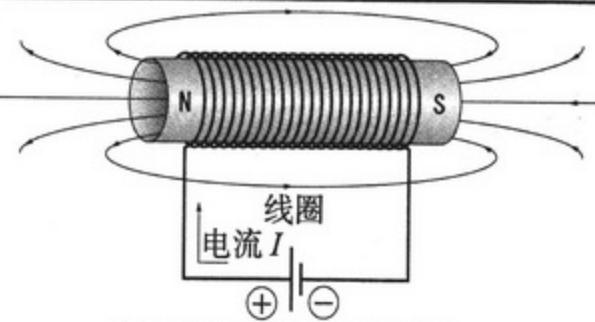
第二，电流的磁力  
(电磁场)作用。

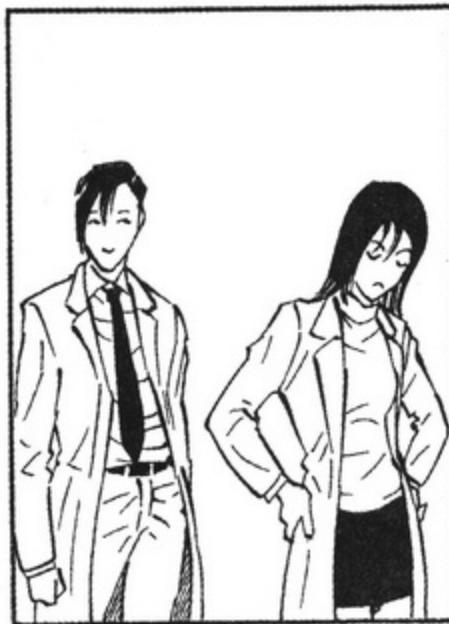
电池

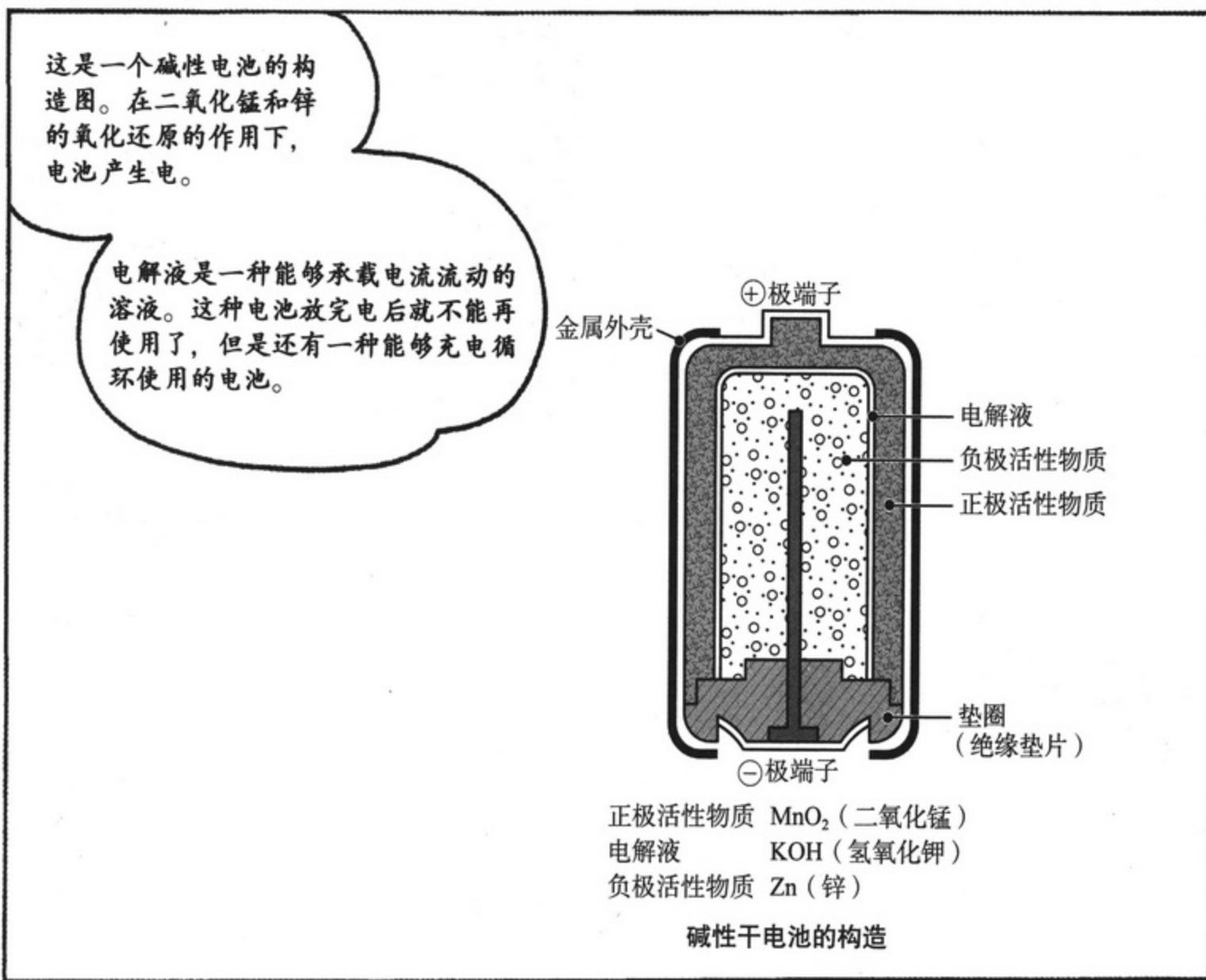
线圈

电流通过线圈时，线圈周围会产生磁场。

现在，在这个线圈中插入一根铁棒，磁感线数量增多，也就是说磁通量密度增大。

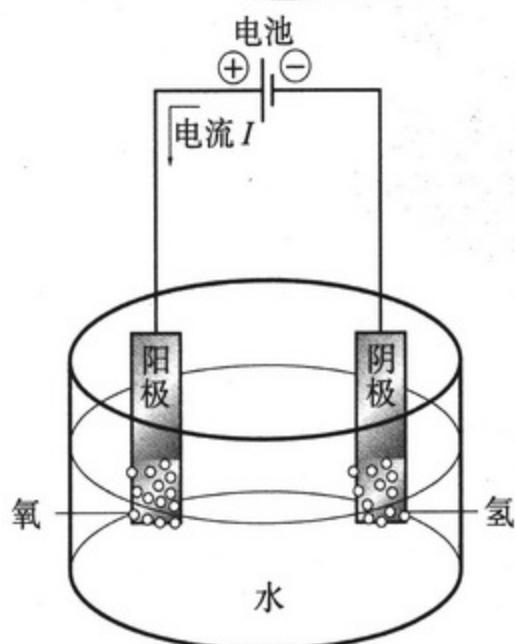






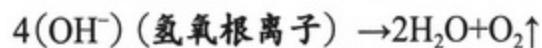
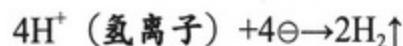
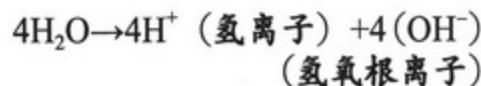
接着我们看水的电解。

水通电后，产生氢离子和氧离子。这时，  
氢变为正离子( $H^+$ )，氧变为负离子( $OH^-$ )。



正电极产生氧  
负电极产生氢

于是水的化学变化如下：



简单地讲解了一下  
电的作用，

明白了吗？

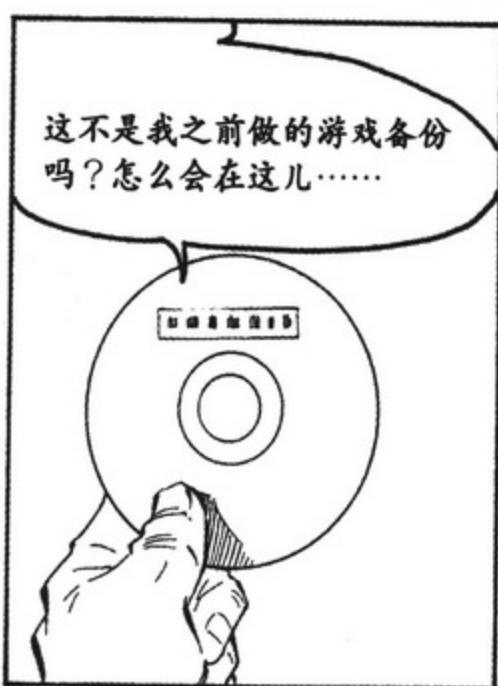
明白！



# 第2章

# 直 流 电 路



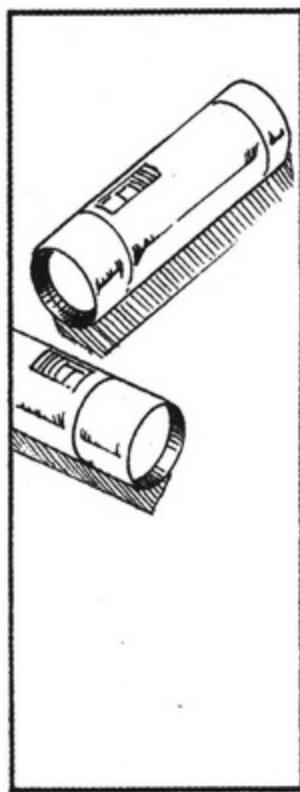
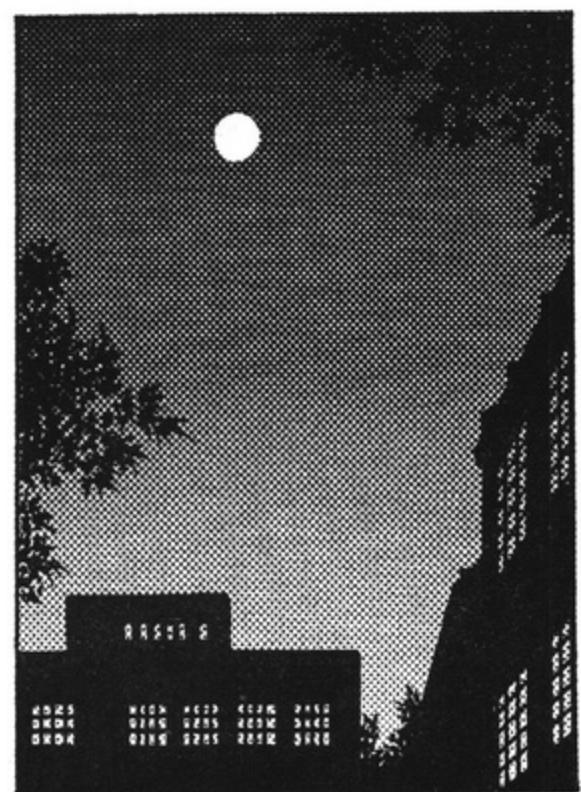
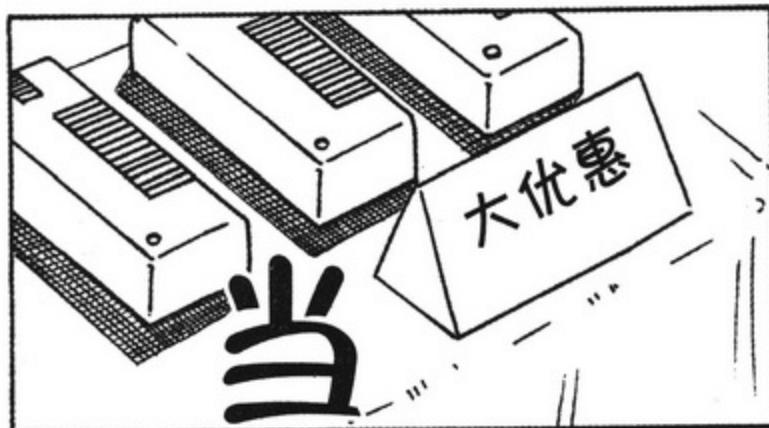


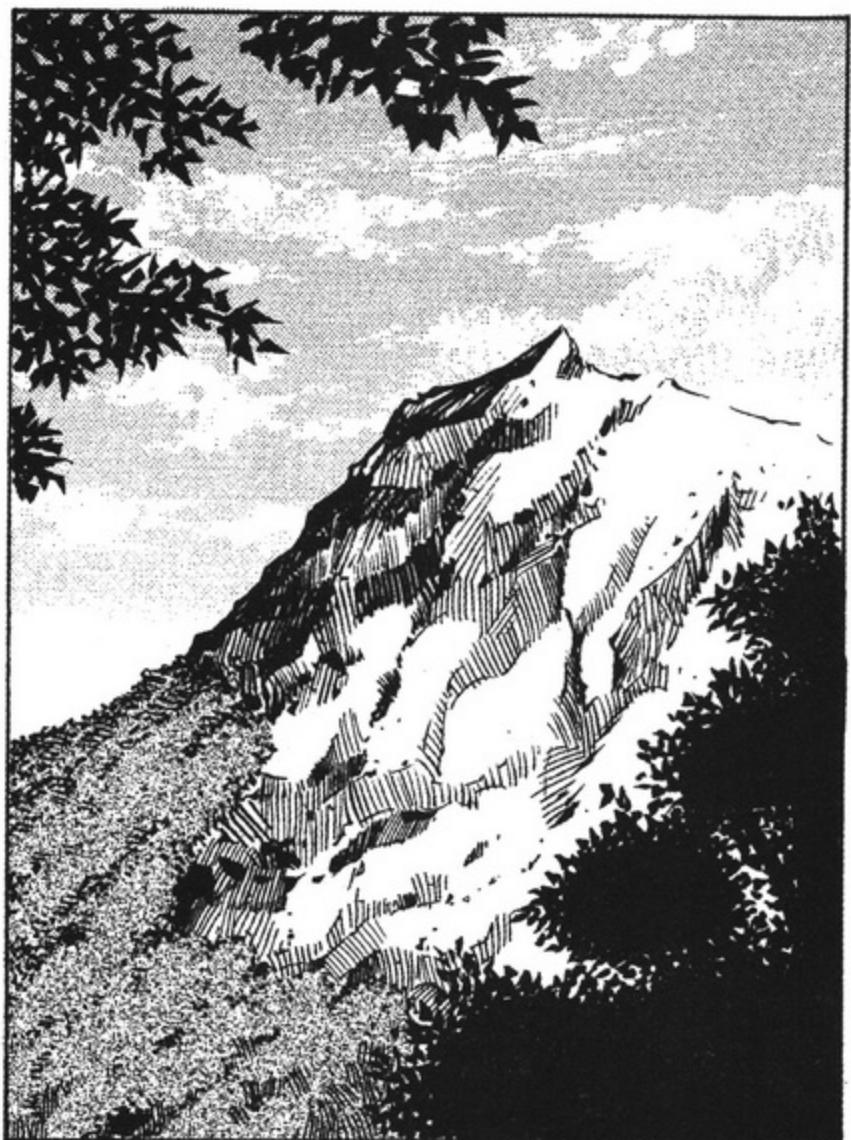
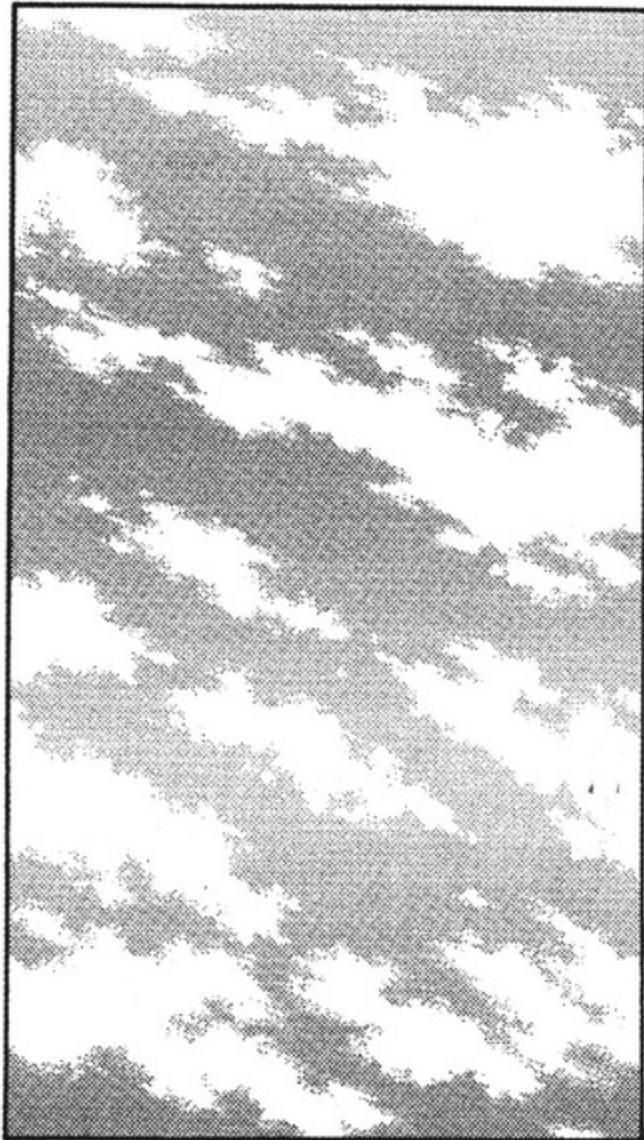
## 1. 串联电路



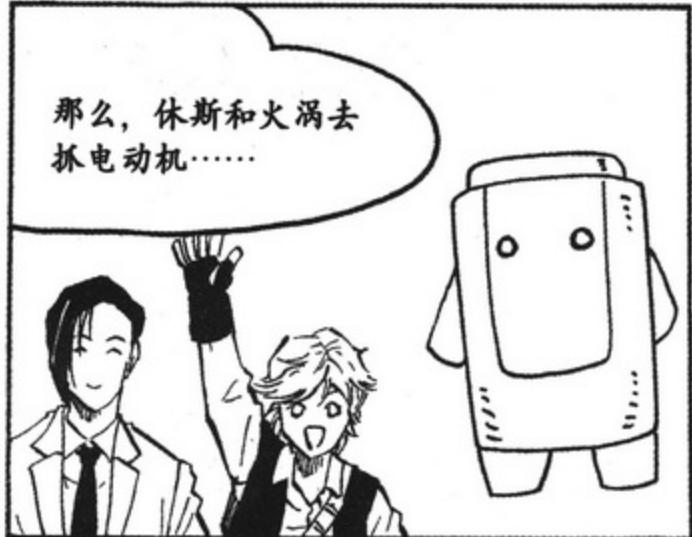
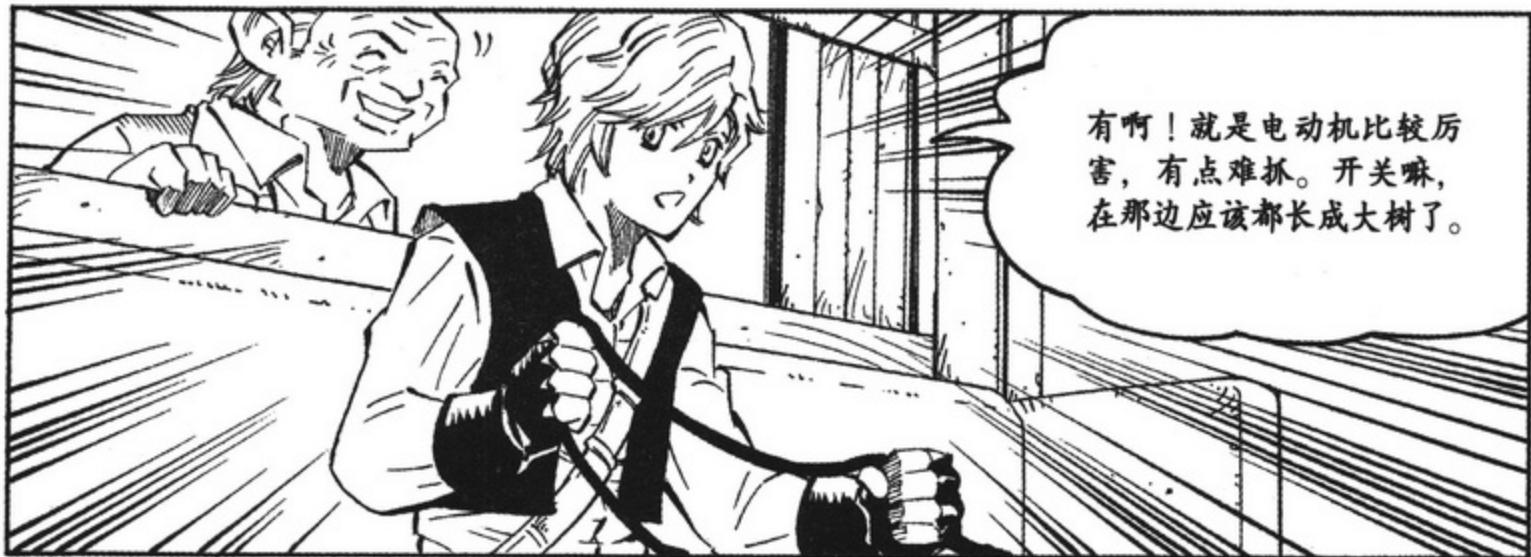
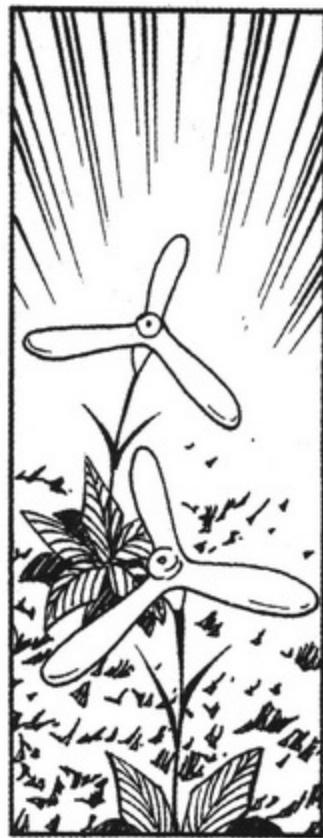








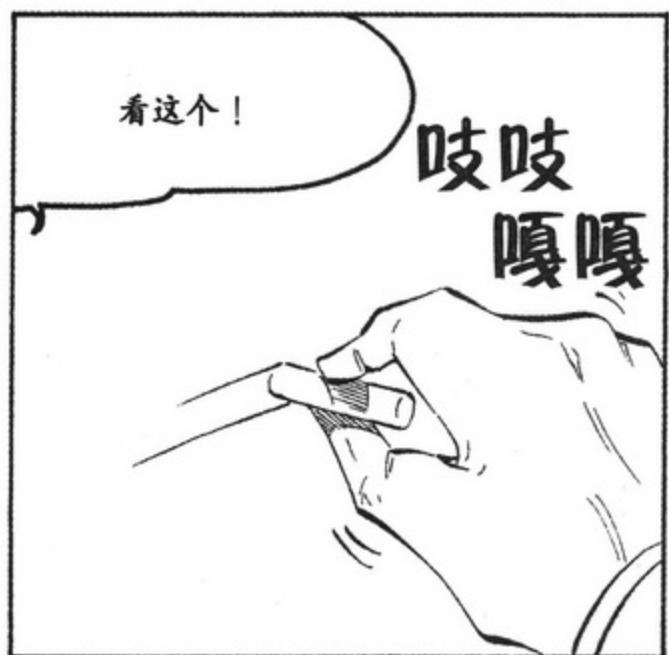
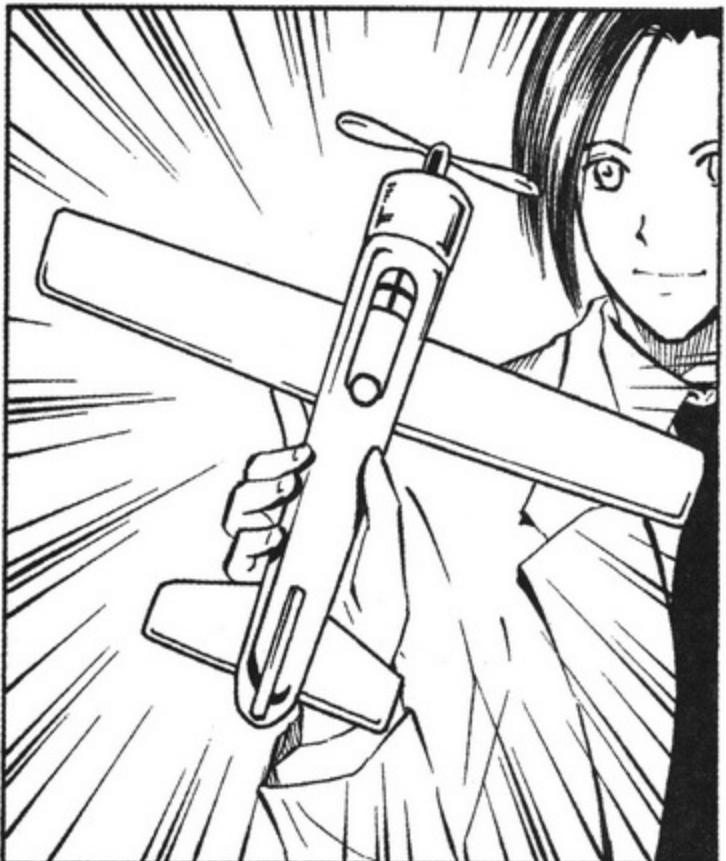
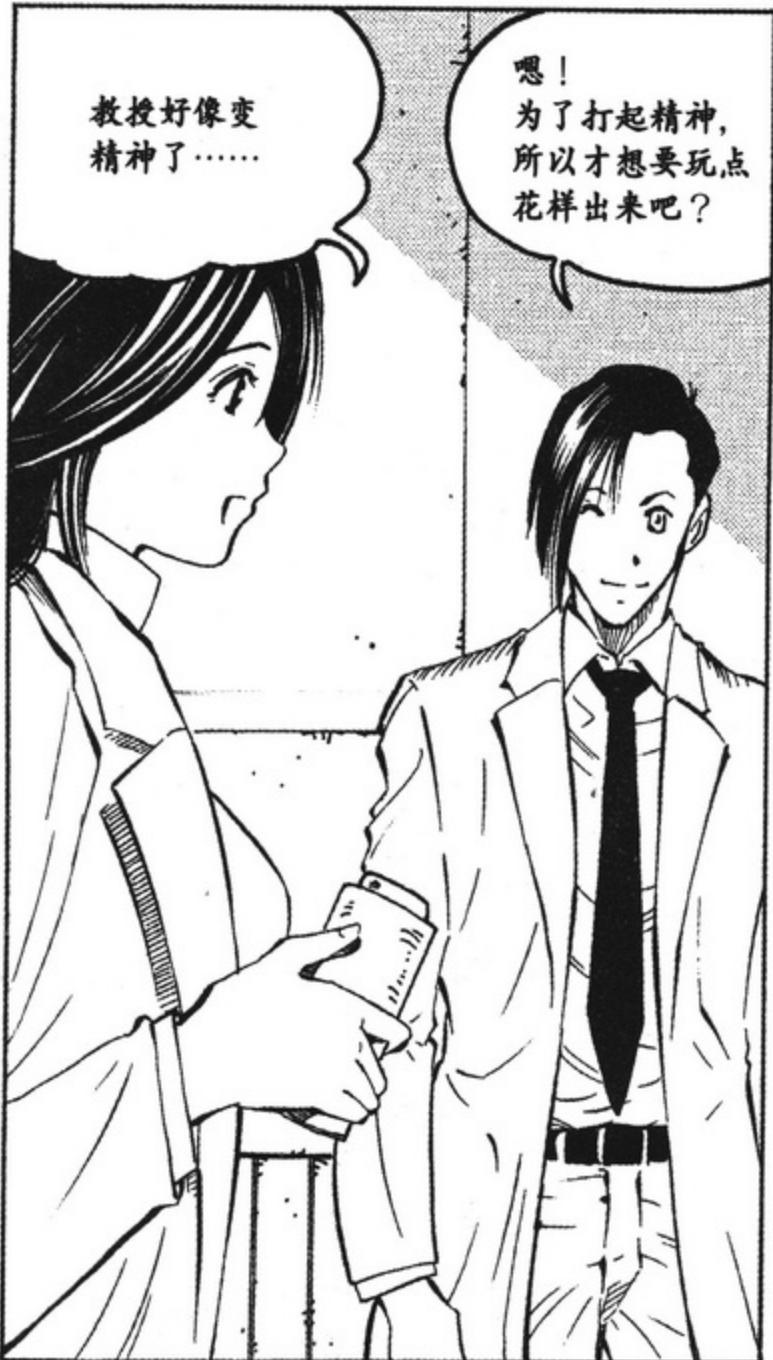










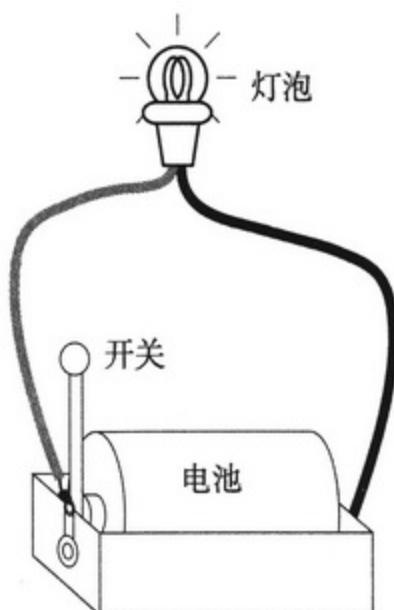


## ● 实物图和电路图

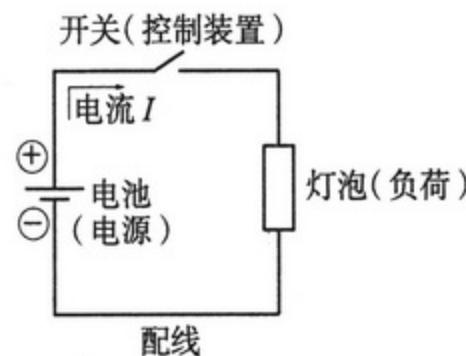


下面我们分别用实物图和电路图来表示灯泡发光的原理过程。首先我们要知道电气的通道叫电气电路，或者简单地叫做电路。

我们把电池叫做电源，把像灯泡这样通电后工作的过程叫负荷；而像这种开关，它负责控制电流，我们叫它控制装置。那么，将两者连接在一起的通道，我们叫它配线。串联电路中的电流路径只有一个，非常简单。之前做的手电筒，还有现在做的电风扇，基本上都是根据串联电路原理制作的。

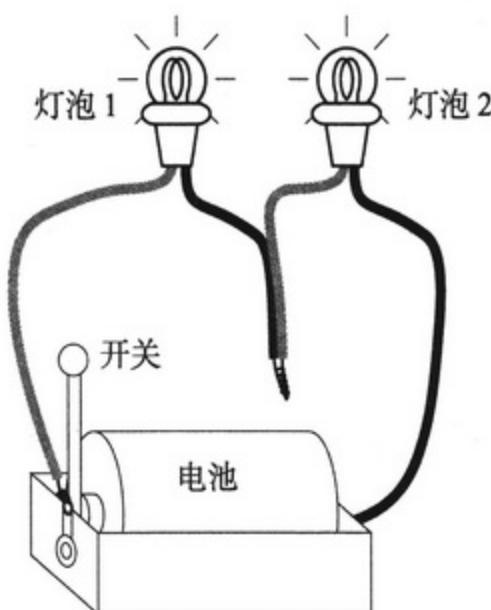


串联电池和灯泡的实物图

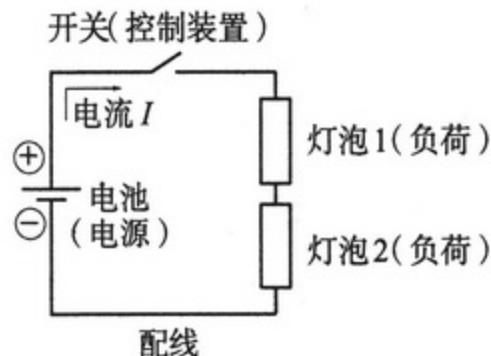


电路图

接下来，我们试着在电路中再加一个灯泡。



串联两个灯泡和一个电池的实物图



电路图



啊！灯泡暗了！



我知道为什么！串联情况下电流  $I$  会越来越小。



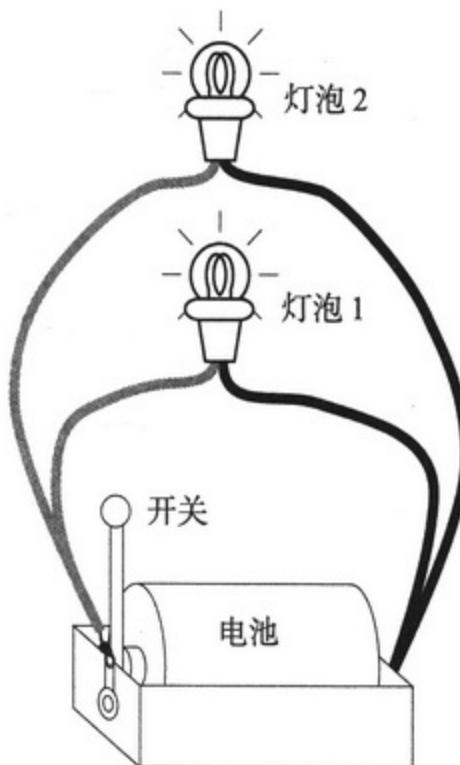
很好。那我稍后再给科斯莫解释原因。

## 2. 并联电路

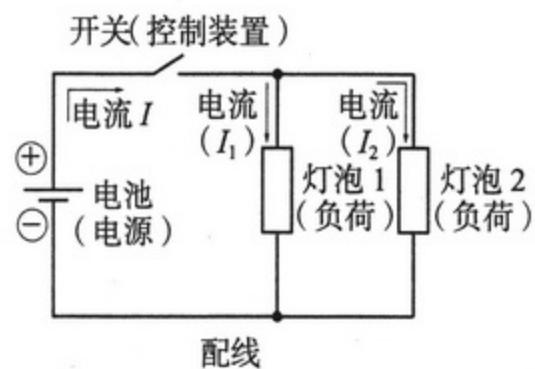
### ● 实物图和电路图



下面，我们稍微改变一下电路。



电池和2个灯泡并列联接的实物图



电路图



灯泡又亮啦！



嗯，这种连接方式的电路叫做并联电路。这个电路中电流的路径有两条。休斯，你能给科斯莫讲讲吗？



当然可以！

详细的稍后还会再解释，一句话概括的话就是：灯泡并列联接时，电流  $I$  变大。

### 3. 欧姆定律

#### ● 基础中的基础：欧姆定律



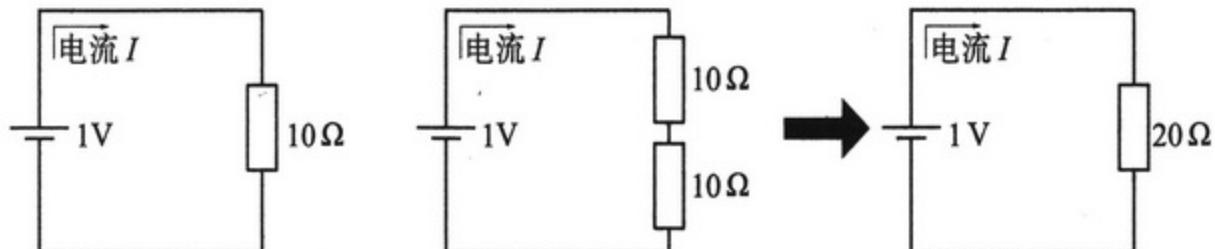
是这样的，科斯莫。我们提到的电压、电流、电阻之间的关系可以用欧姆定律来解释。也就是：电流的大小和电压的高低成正比，和电阻的大小成反比。用公式表示为：

$$E = IR \quad I = \frac{E}{R} \quad R = \frac{E}{I}$$

这就是欧姆定律。所以，假设刚才串联电路中的电压为 1V，电阻为  $10\Omega$ ，要求计算电流，那么就是：

$$\text{因为 } I = \frac{E}{R}, \text{ 所以 } \frac{1}{10} = 0.1[\text{A}]$$

而此时电路中的两个灯泡为串联，计算的时候就要将两个灯泡看作是一个电阻。于是由下图可得出：



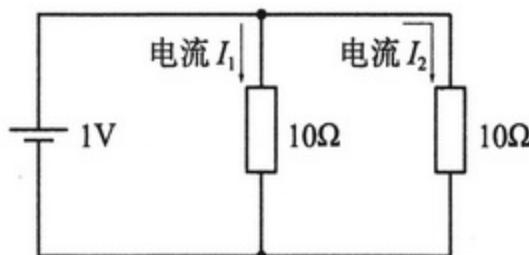
$$I = \frac{E}{R} = \frac{1}{10} = 0.1 [\text{A}]$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{1}{20} = 0.05 [\text{A}]$$

你看流通中的电流量此时被一分为二，所以灯泡就暗了。



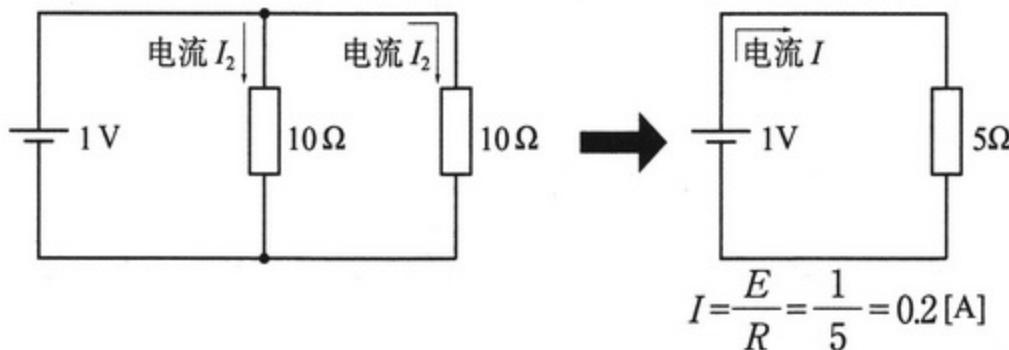
那这个并联电路呢？



## ● 电路图和求解法



并联电路中的电流有  $I_1$  和  $I_2$  两个路径，但是他们的电压和电阻值相同，所以  $I_1$  和  $I_2$  的电流分别都是 0.1A。所以，整个电路中的电流如下：



因为

$$R = \frac{E}{I}$$

所以总电阻为

$$\frac{1}{0.2} = 5 [\Omega]$$

对吧，叔叔！



说了不许叫叔叔！叫我洋太老师！好吧，基本上就是这样。你们俩都明白了吧？

现在打分，给休斯评 3 级，给科斯莫评 2 级。



叔叔……不是，老师，好好地评什么分啊，什么 2 级 3 级的……



别在意啊，我这是给你们评的动力分，鞭策你们两个年轻人的！

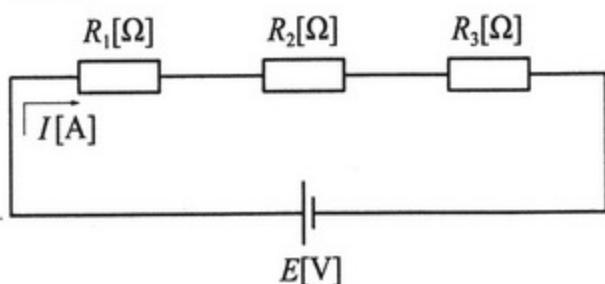


## 提高讲座① 合成电阻



休斯做得很好。那么这里有几道练习题，你来求电路的电阻。

### 例题 1



这个简单！

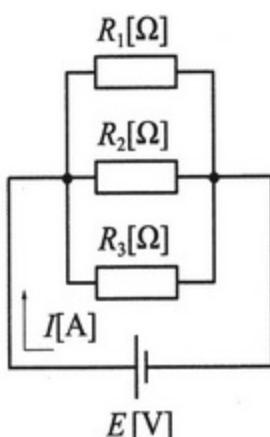
$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

这么一加，合成电阻不就出来啦。



嗯，答对了。接下来求这个。

### 例题 2



啊！这是？

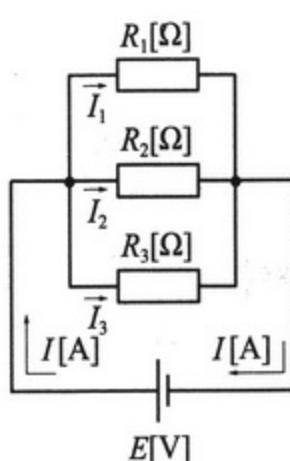


3个电阻。要放弃吗？



等一下！让我想想！

电压与从这里出发的电流是一样的……和从这里出来的电流也是一样的……



知道了，是不是这样？首先，

$$E = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$



对啊，假设合成电路是  $R_0$ ，根据欧姆定律，

$$\text{因为 } I = \frac{E}{R_0}$$

所以得到  $I_1 = \frac{E}{R_1}$ 、 $I_2 = \frac{E}{R_2}$ 、 $I_3 = \frac{E}{R_3}$ ， $I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$ 。然后……

将  $E$  提出后得出：

$$I = E \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

也就是，由于  $I = \frac{E}{R_0}$ ，所以

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

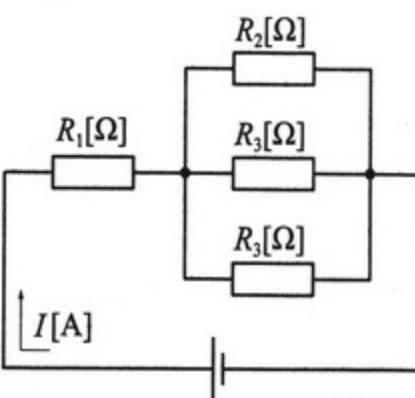
变形后就是：

$$R_0 = \frac{R_1 R_2 R_3}{(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)}$$

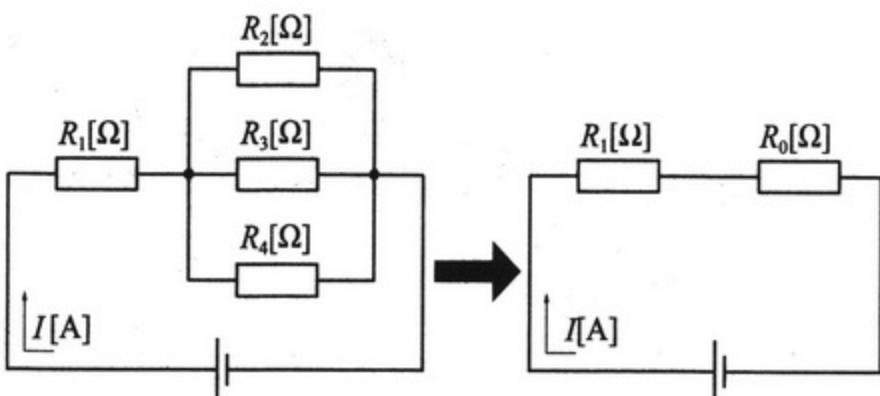
呀！科斯莫也不赖啊！完全正确！

那这道题对你们来说也应该没有问题吧？

### 例题 3



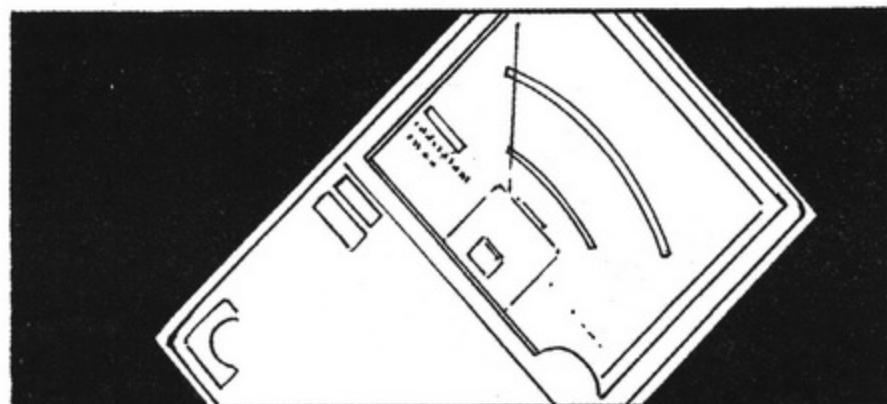
知道！把并联的地方置换一下……将  $R_1$  和  $R_0$  相加，就得出这个电路的合成电阻。

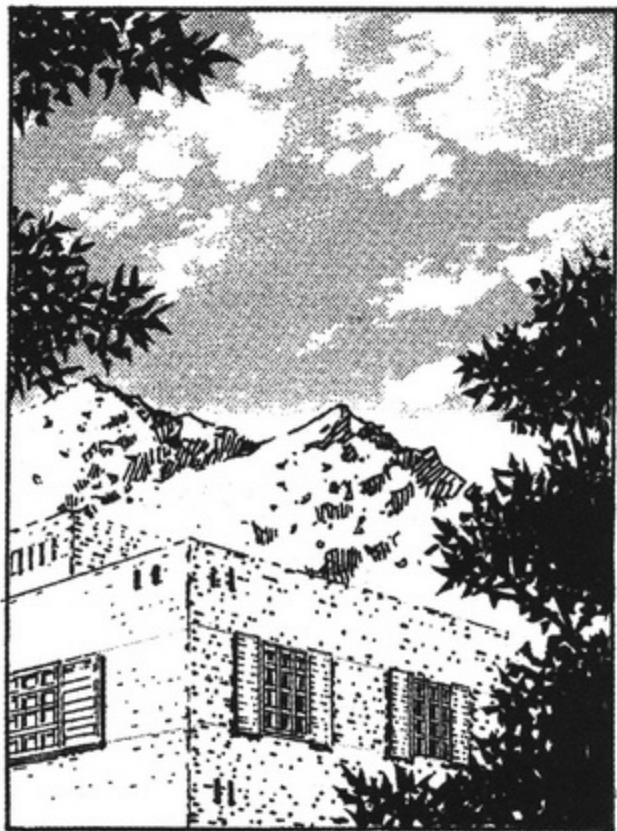


非常棒！这回休斯 4 级，科斯莫 3 级！









是不是漂亮女人我不  
清楚，大概一周前我  
看见 LSI 载着一个人  
打这儿经过。





啪

什么？

怎么了？

不久前开始就  
一直这样。

一会儿有电一会儿没电的，  
有时候一整天都不来电。

这个隧道的对面有  
一座“发电小镇”，  
平常都是从那里往  
这儿输电，

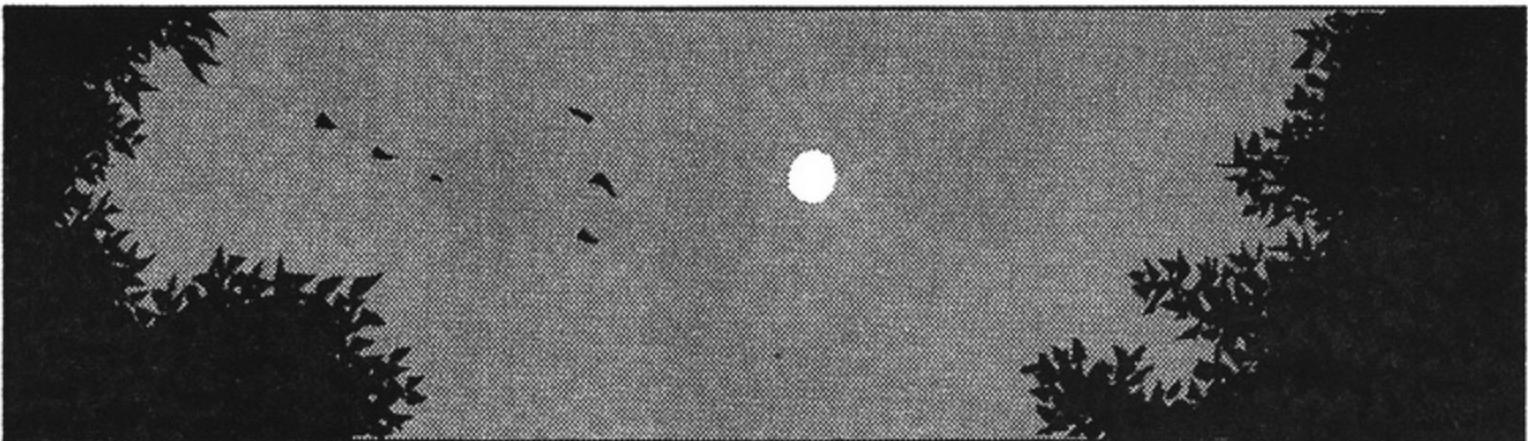
这个镇的“电气馆”  
也出了问题，听说  
镇长要悬赏能够解  
决问题的人。

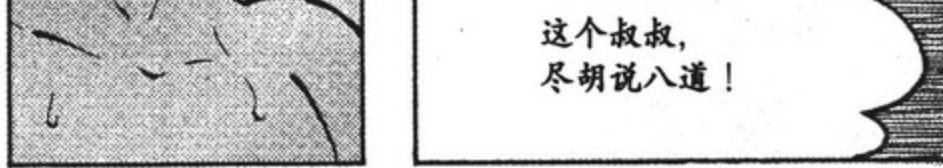
最近好像出了什么问题，

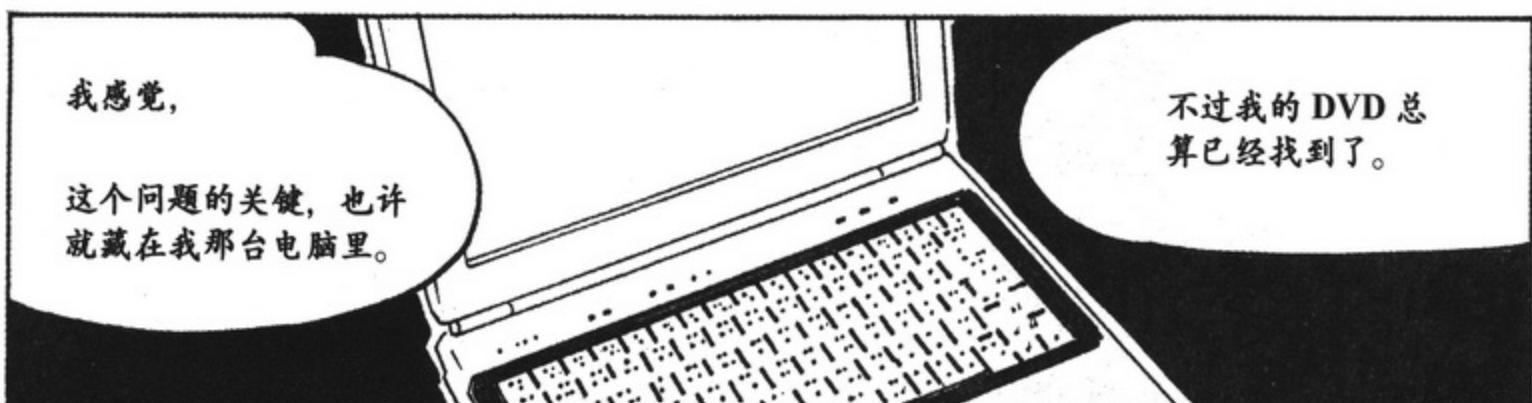
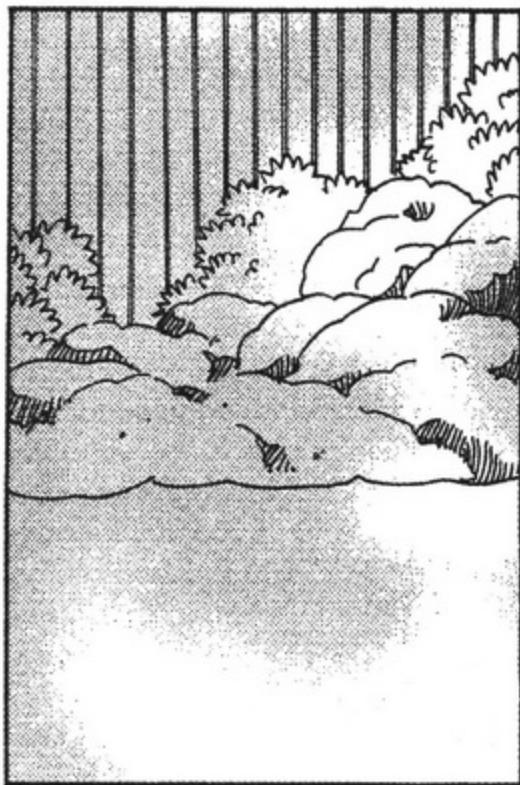
经常像这样忽然没电。

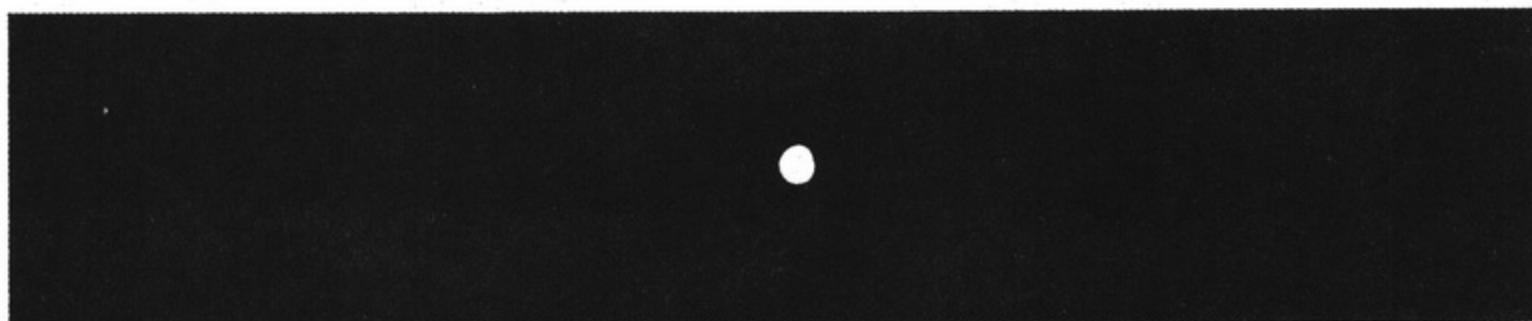
唉









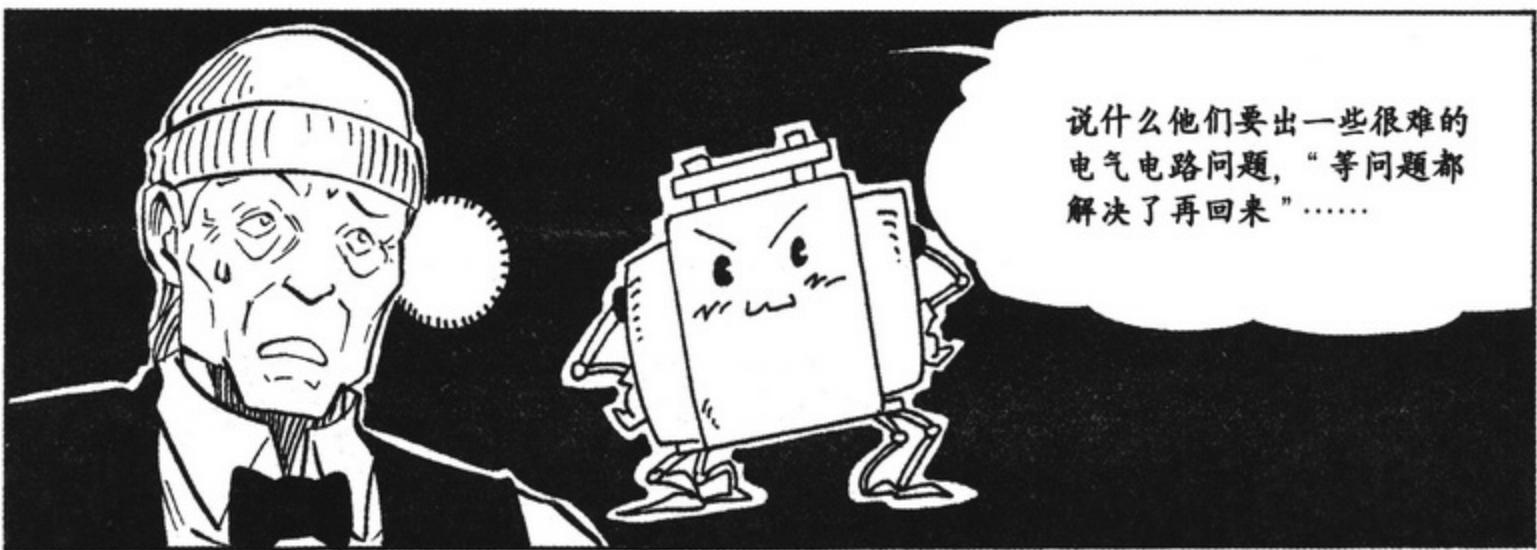


这个镇上的电是从山对面“发电小镇”输出，然后经过好几个小镇才送到这里的。

可不久之前，这里的元件们躁动不安起来，接着开始一个个地放下工作跑了。

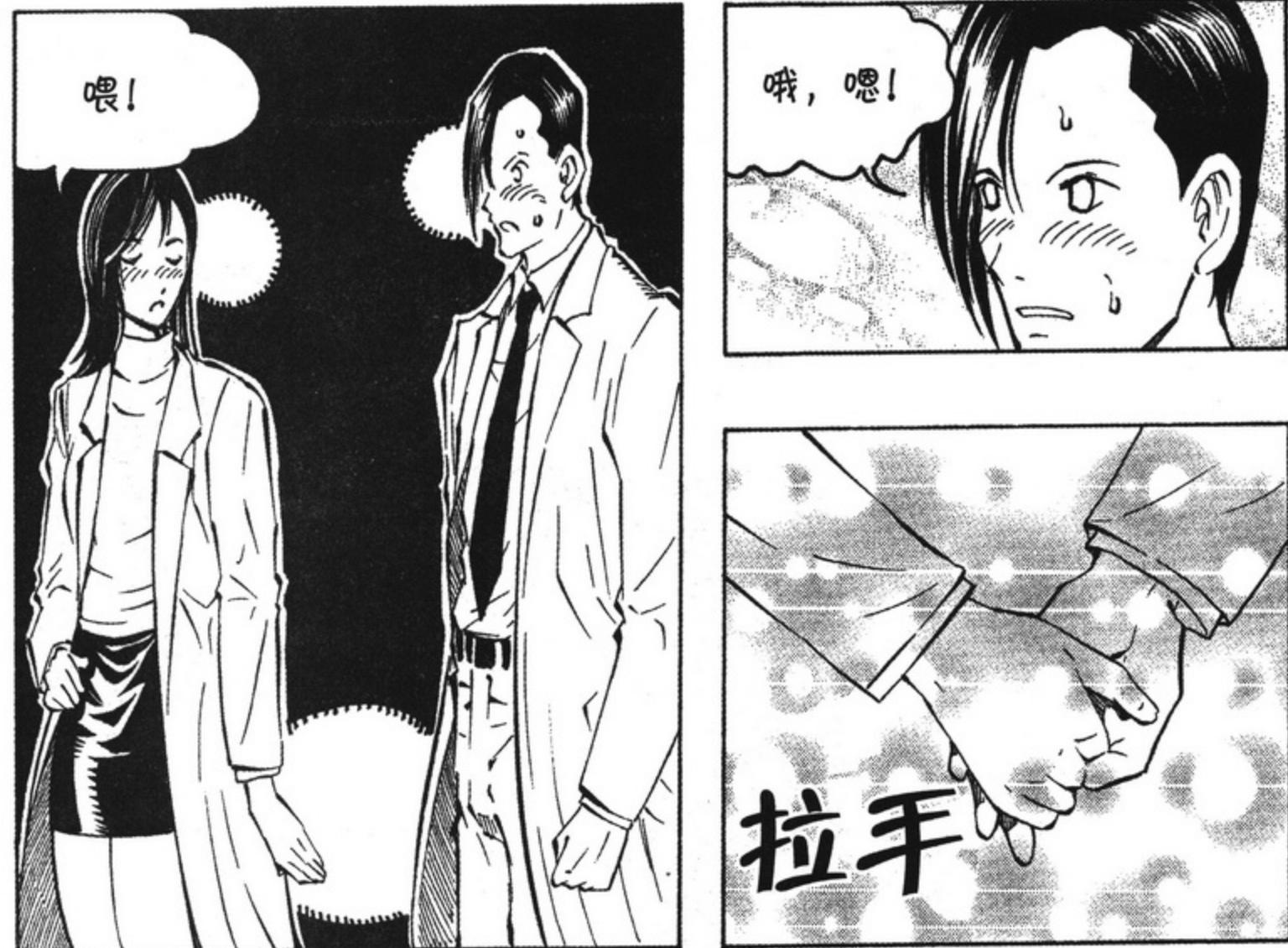
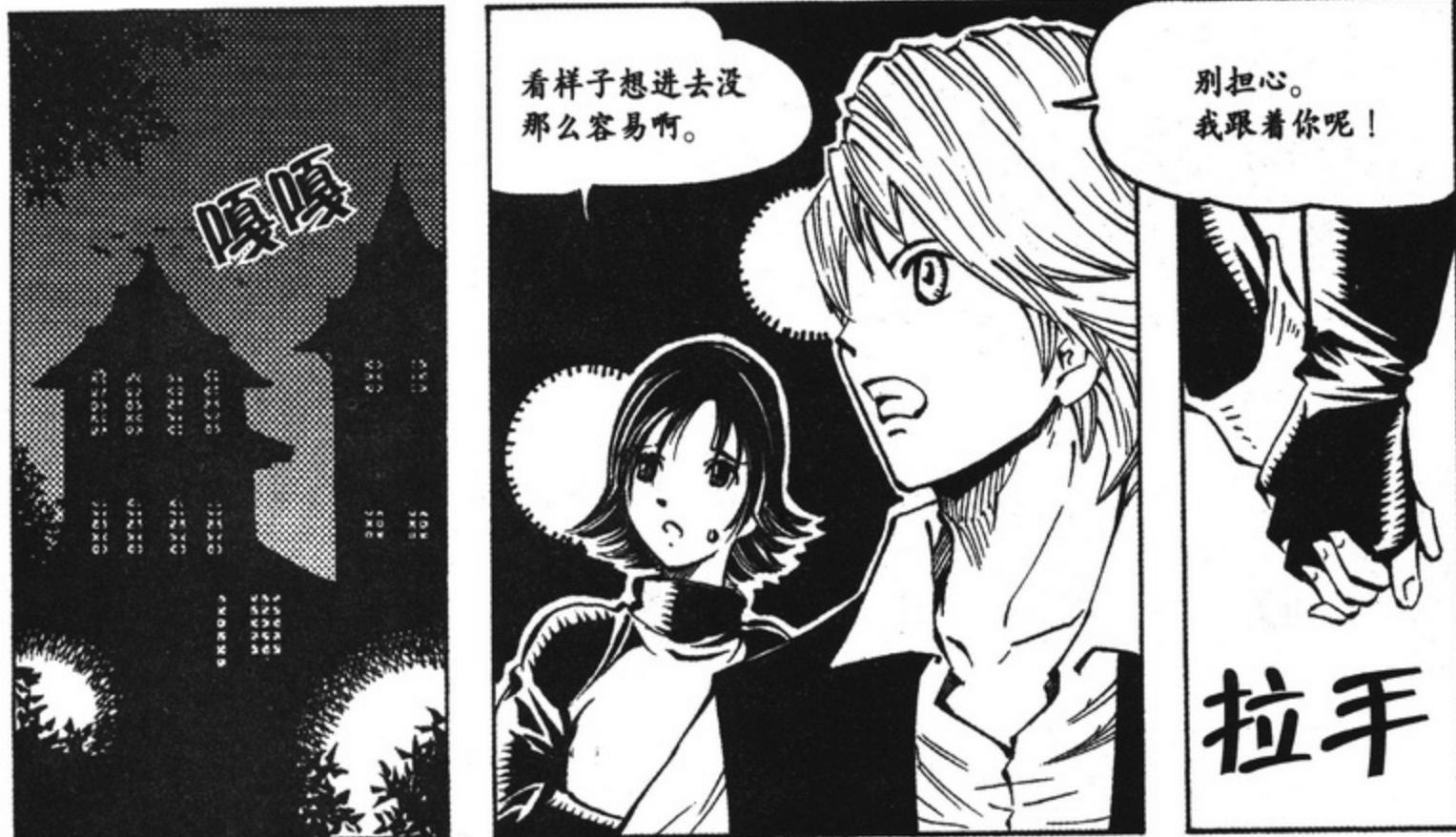


说什么他们要出一些很难的电气电路问题，“等问题都解决了再回来”……

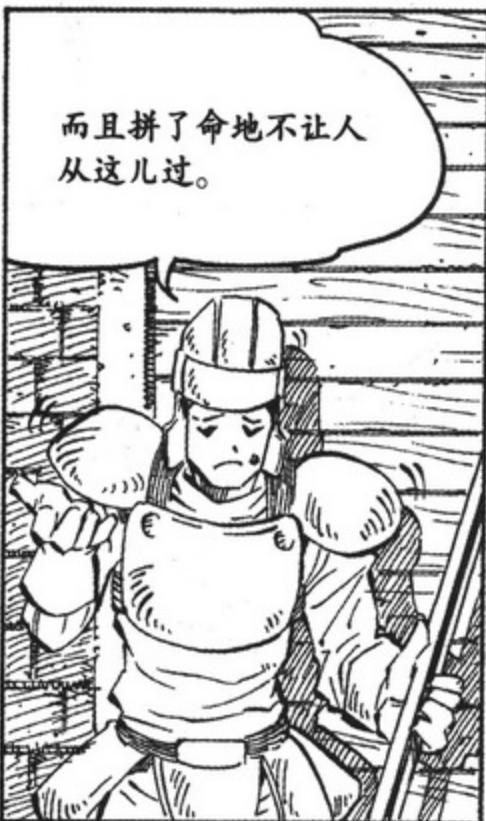


我们还是先去“电气馆”看看吧。





## 4. 等效电路







## 提高讲座②

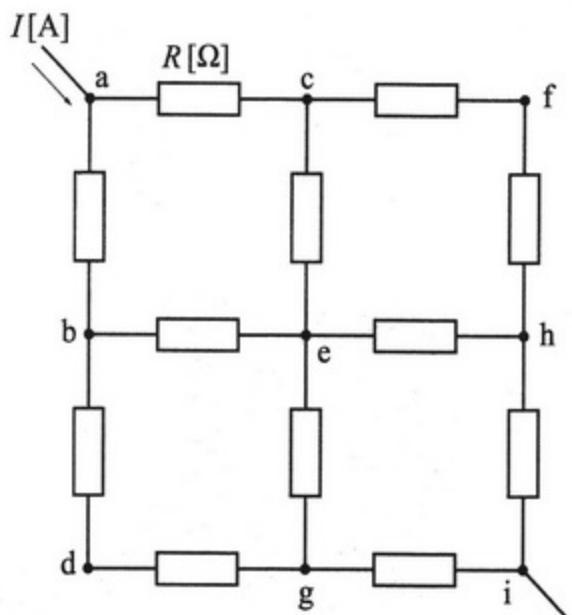
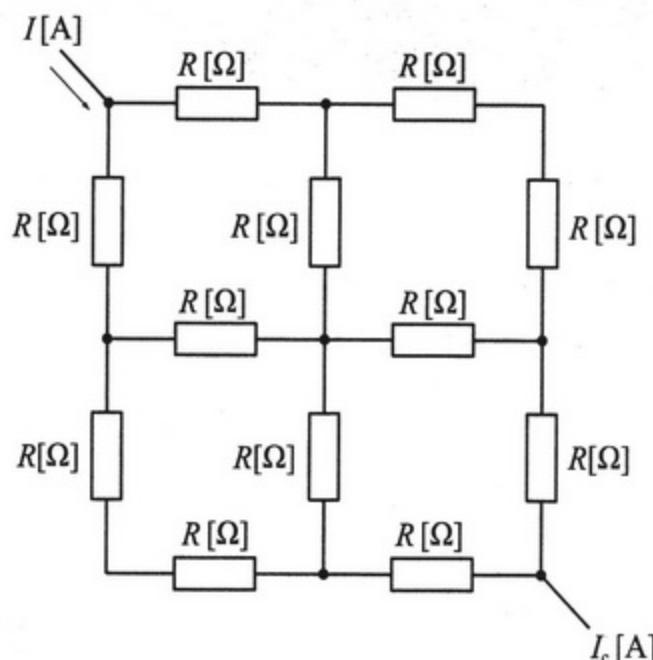
# 关于等效电路



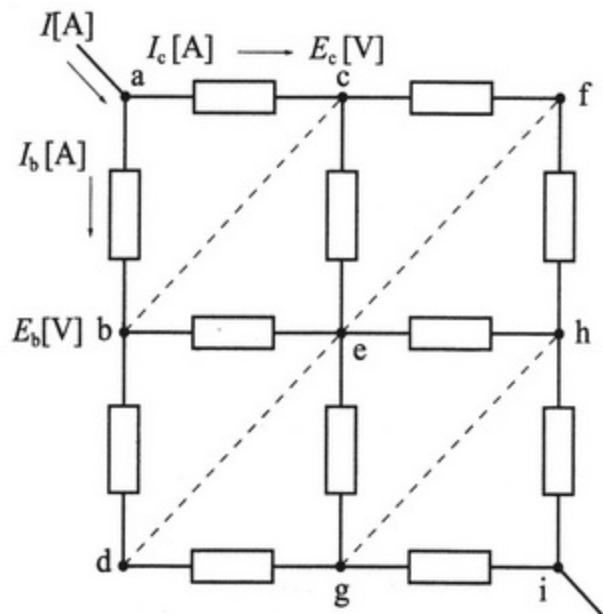
说到底，等效电路也是求合成电阻的。所以，休斯的说法没错。但是，电路这东西是相当麻烦的。举例来说，我们用等效电路来表示这个并联电路，不过这里不妨先将电阻都设定为  $R[\Omega]$ 。



让我来！首先，在各个接点处标上记号，然后我们看电流  $I$  的变化。



用记号识别接点



用虚线将同电位差的点连接起来

因为电阻的值都相同，所以  $b$  点、 $c$  点的电流为

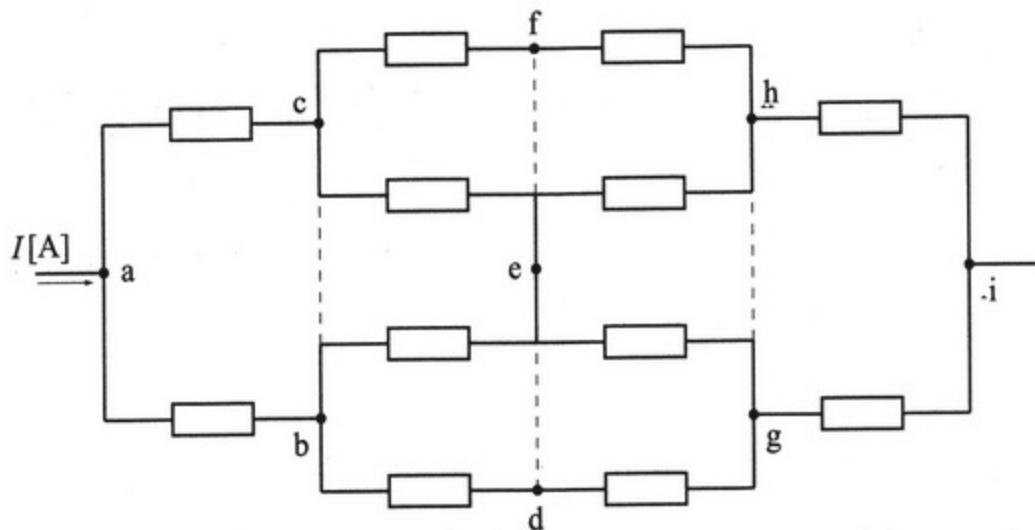
$$I_b = I_c$$

于是  $b$  点、 $c$  点的电压也相同，也就是

$$E_b = E_c$$

同理，得

$$E_d = E_e = E_f, \quad E_g = E_h$$



因为即使用导线将同电位差的点相连，电流也不会经过……



相同电位差的地方就算用导线连起来都不要紧！最后，等效电路就变成这样了：



等效电路的最终形态



科斯莫理解得很快嘛！

这回休斯 5 级，科斯莫也直接晋升为 5 级！

## 5. 基尔霍夫定律

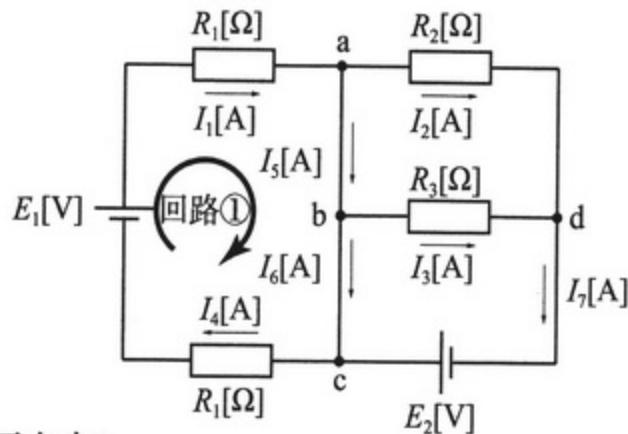
### ● 电气电路理论的基础



接下来讲基尔霍夫定律。它是计算电路各种值时用处最大的定律之一。理解了它，来任何电路都不在话下。休斯，这个电路的合成电阻你知道怎么算吗？



……？ \*！……不行啊，用欧姆定律解不出来！



这个电路用欧姆定律串并联电路的合成电阻公式是解不出来的。这时候，我们改用基尔霍夫定律就能轻松解决。基尔霍夫定律包含 2 条定律。第一条定律叫电流保存定律，即“在任一瞬时，流入电路中任一接点的电流的代数和等于流出该接点的电流的代数和”。第二条定律叫电压下降定律，即“闭合电路中的电动势之和等于负荷处被消耗的电压和”。我们来看图。先看接点 a。休斯，这个点的电流是多少？



是不是  $I_1 = I_2 + I_5$  ？



嗯。科斯莫，点 b 呢？



我想应该是  $I_5 = I_3 + I_6$ 。



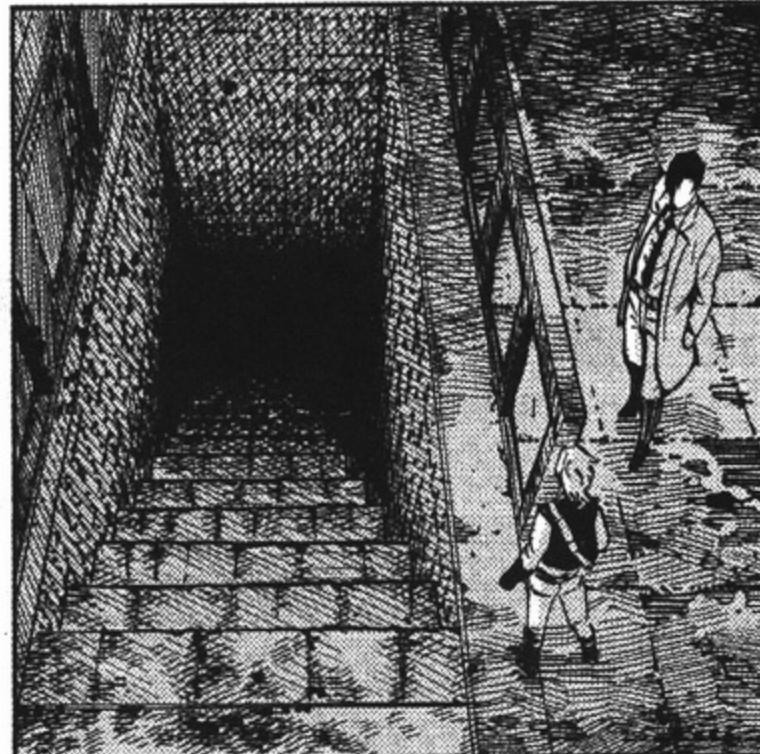
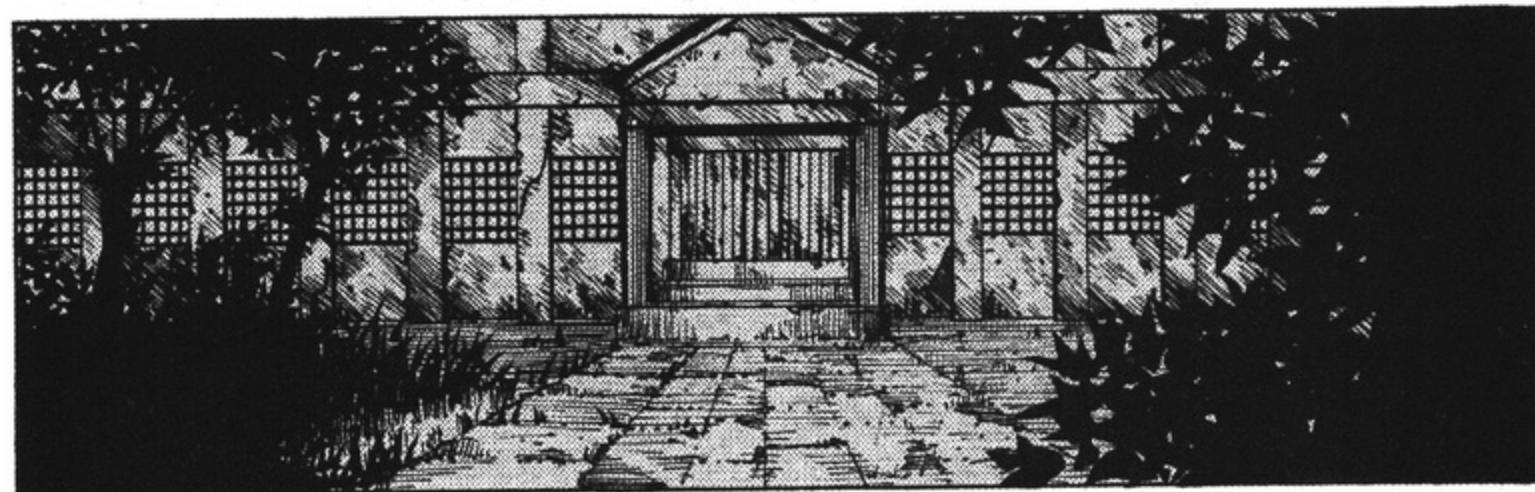
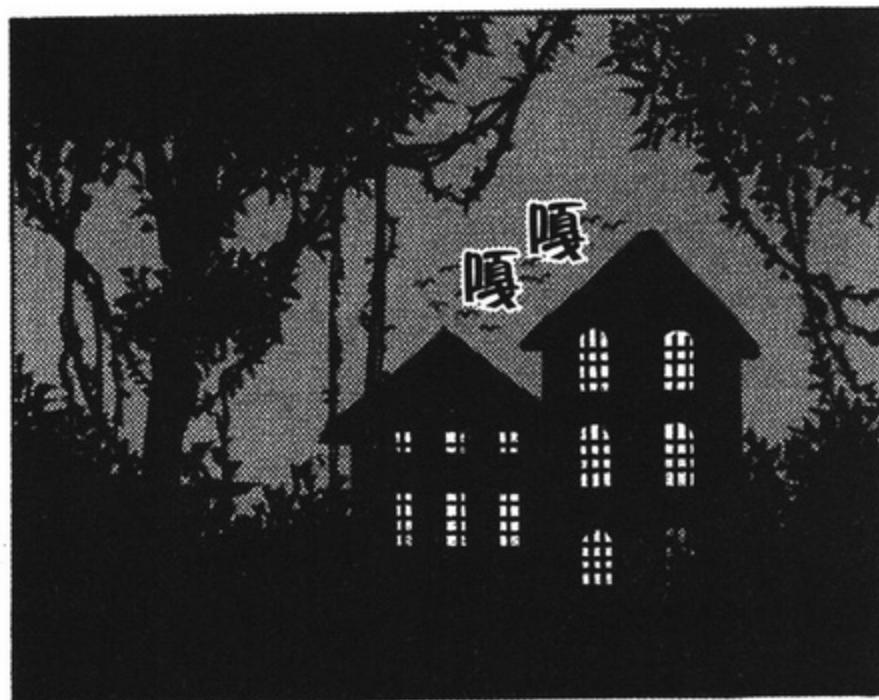
科斯莫的小脑瓜转得真够快的呀！那接着是电压。我们先思考一下左半边的闭合电路。首先规定电流和电压的参考方向——图中的回路①为正。

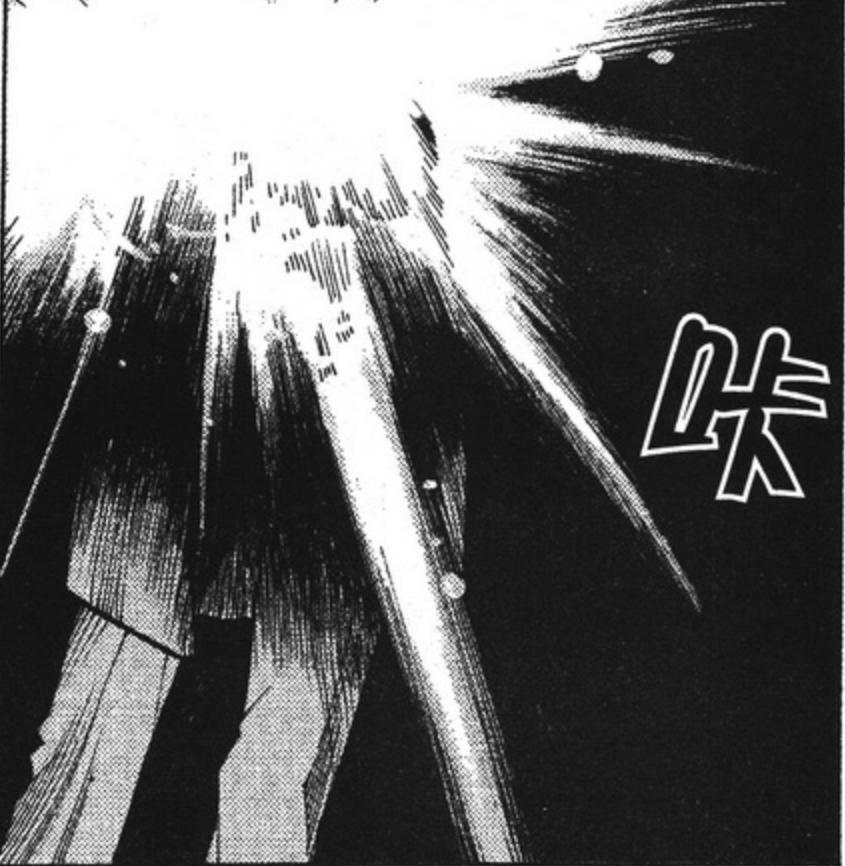
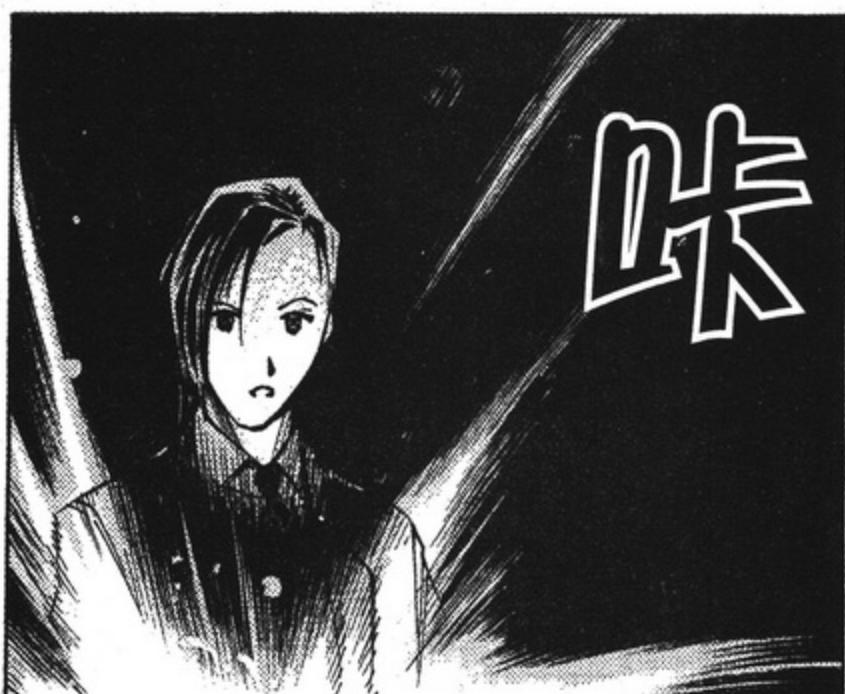
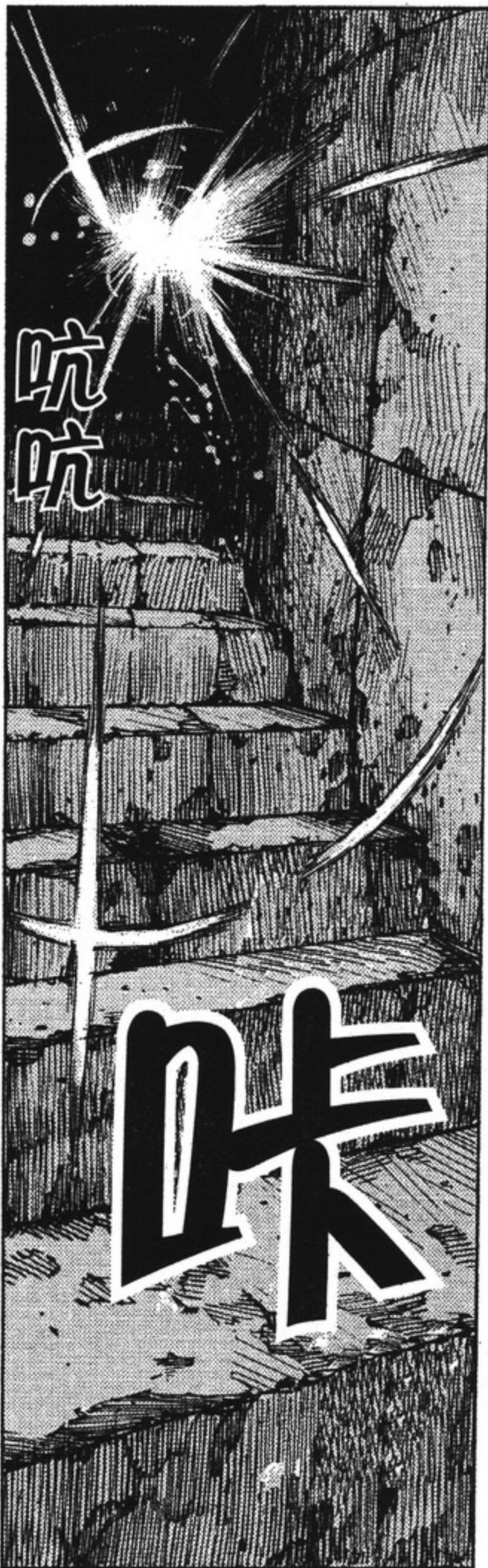


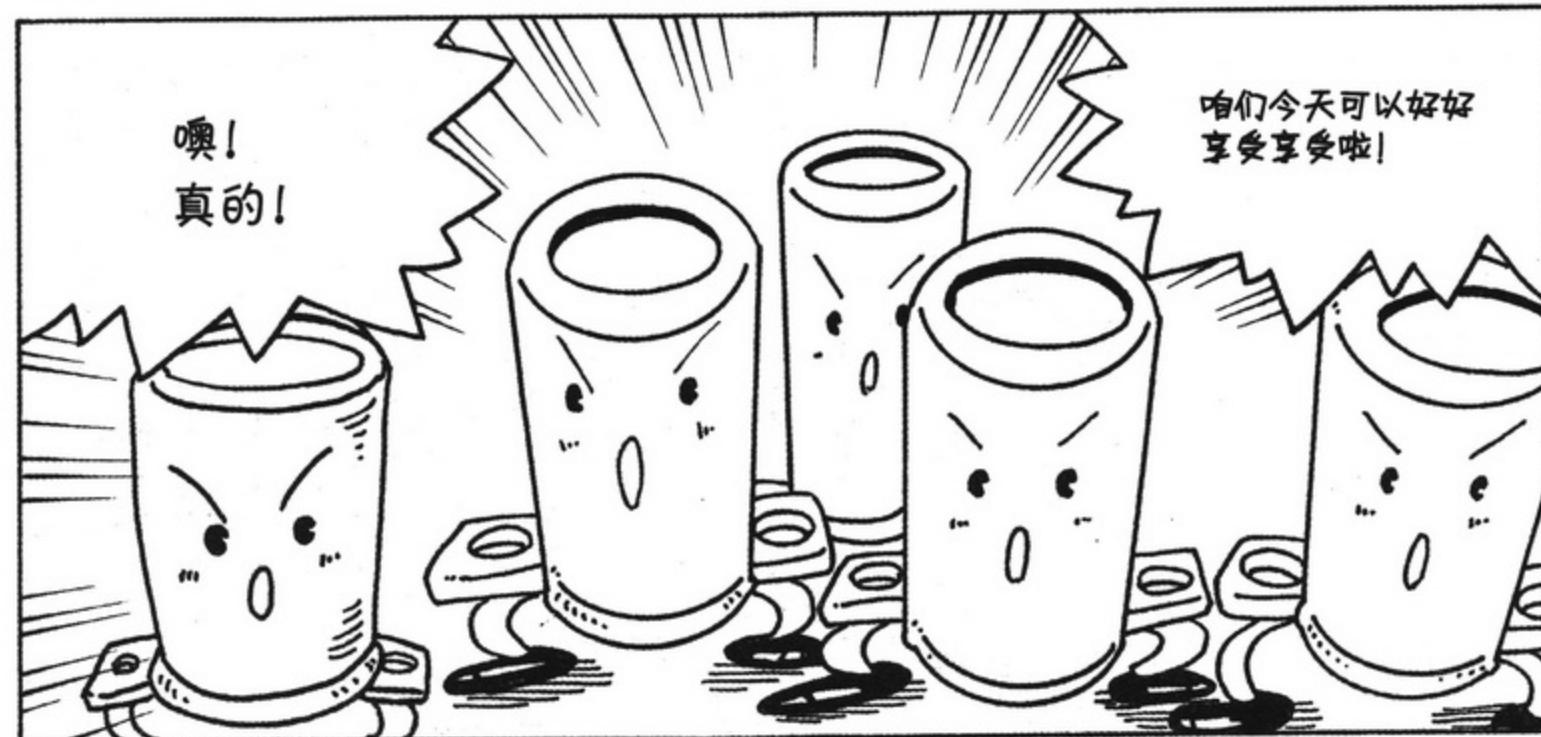
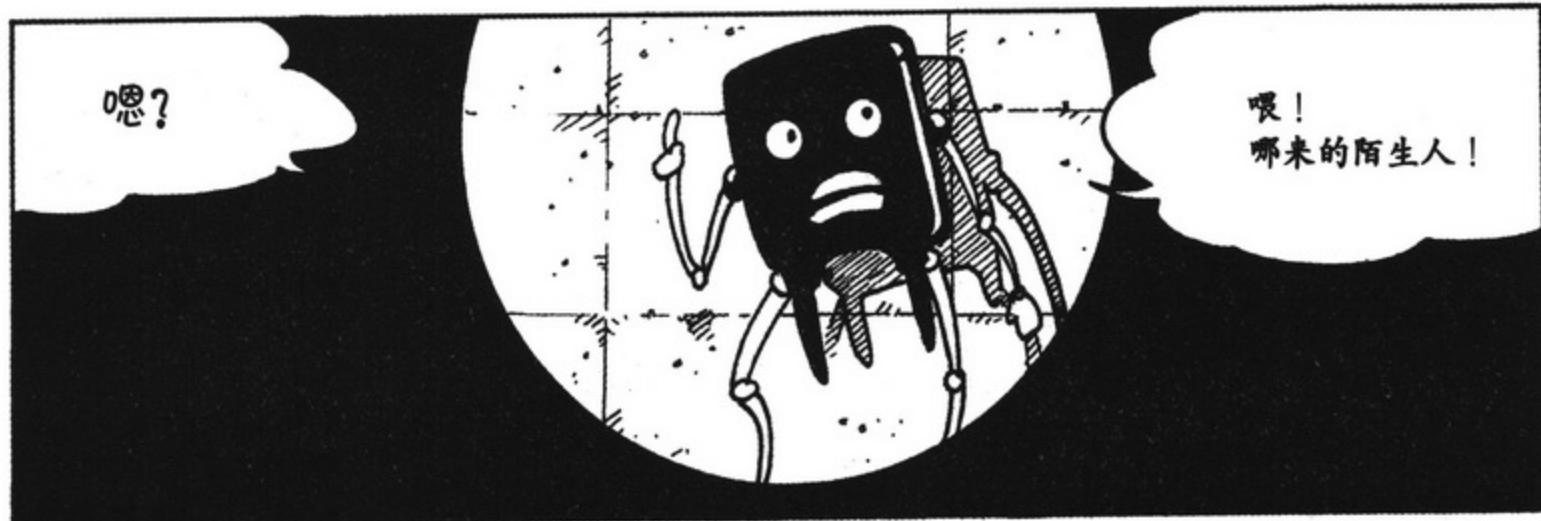
嗯……因为左半边的负荷为  $R_1$  和  $R_4$ ，所以流过的电流分别是  $I_1$  和  $I_4$ ，电压就分别为  $R_1 I_1$  和  $R_4 I_4$ 。即， $R_1 I_1 + R_4 I_4$  等于  $E_1$ 。

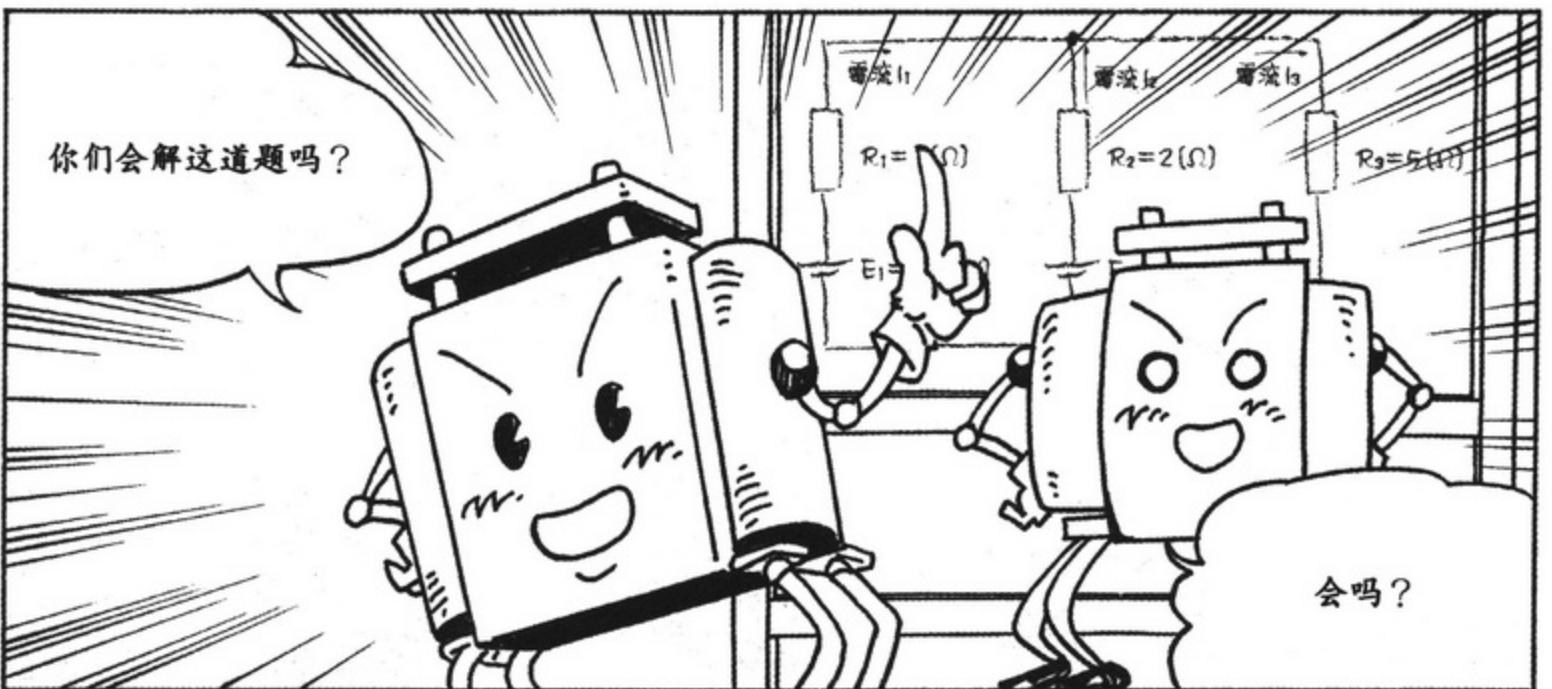
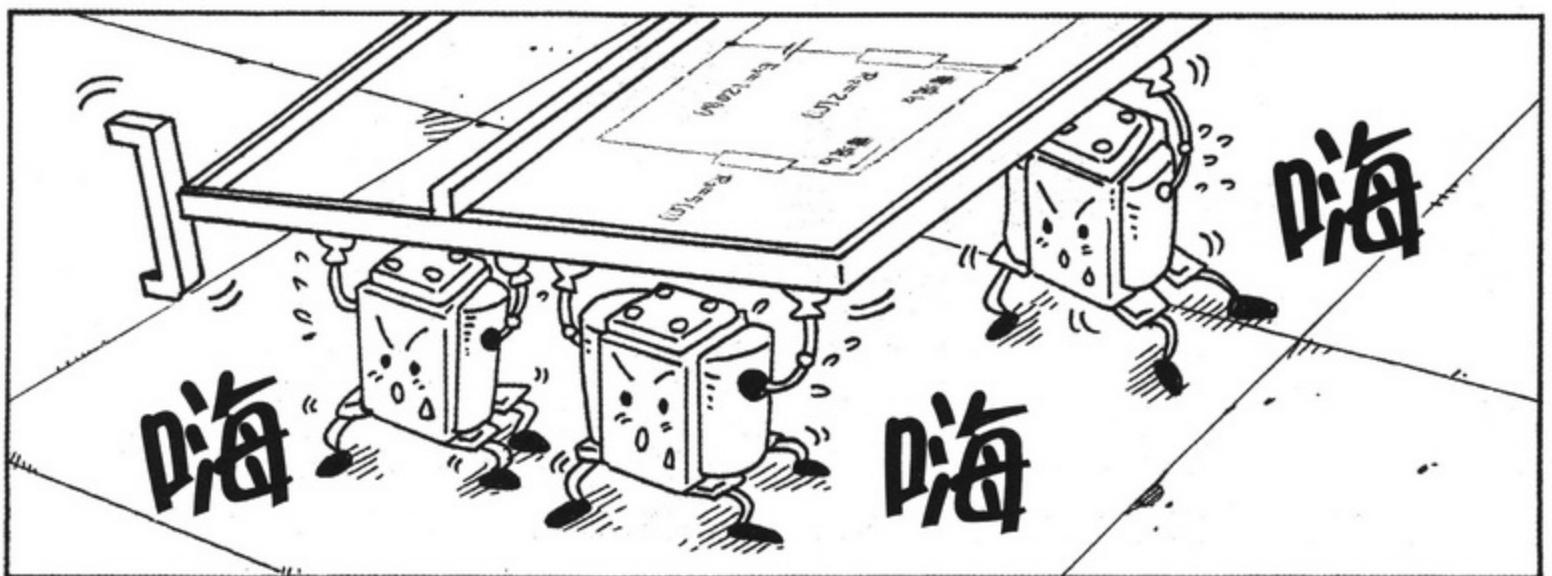
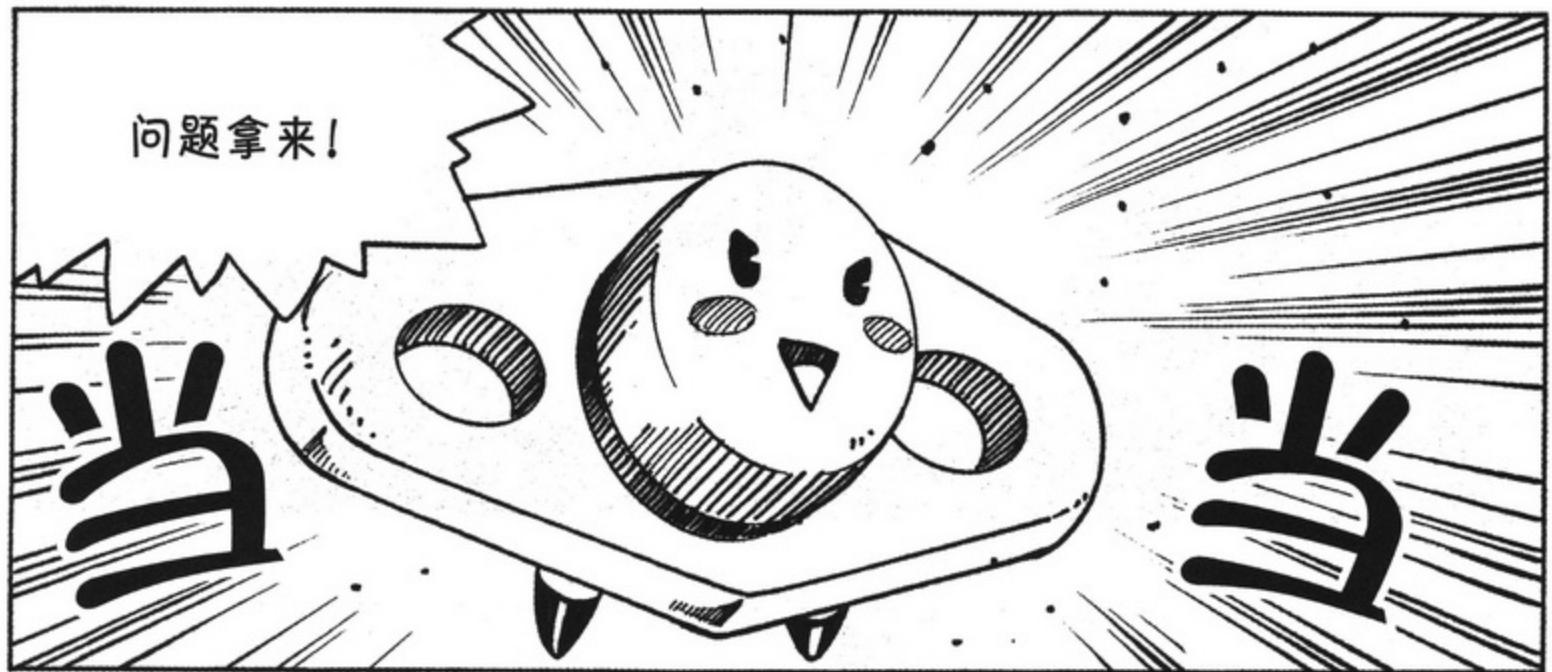


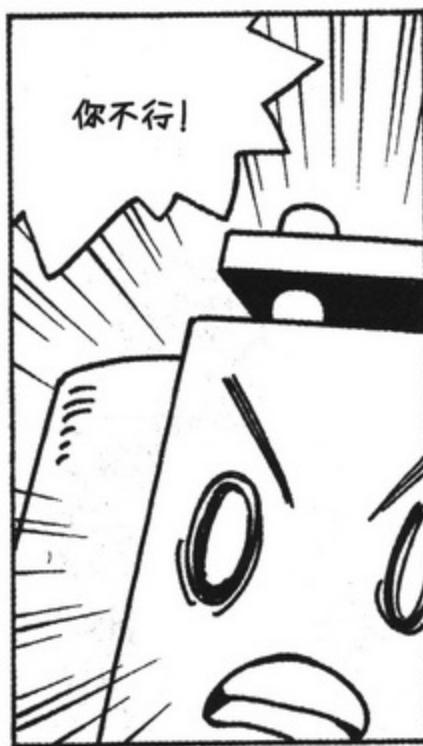
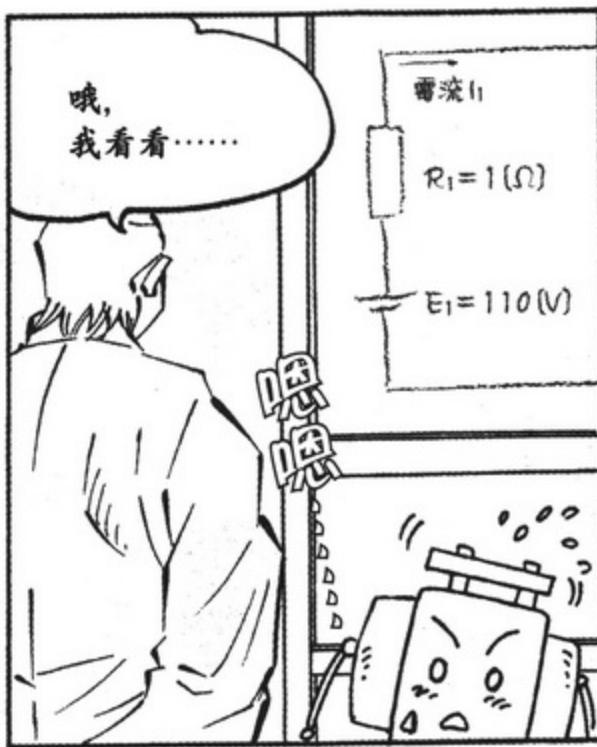
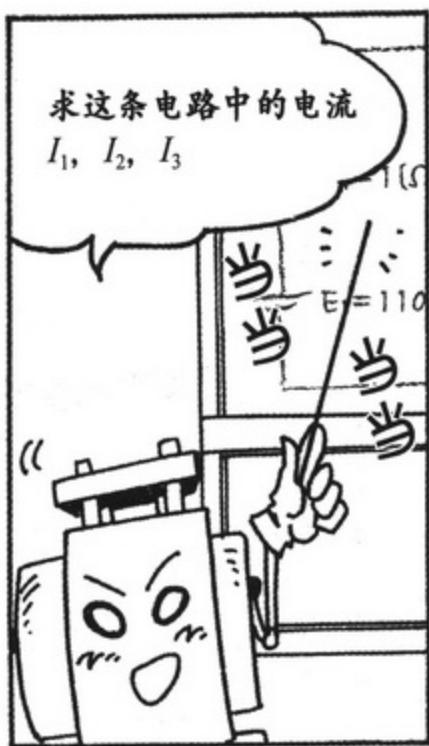
对！嗯……今天都没问题了吧？！那就向电气馆进发！







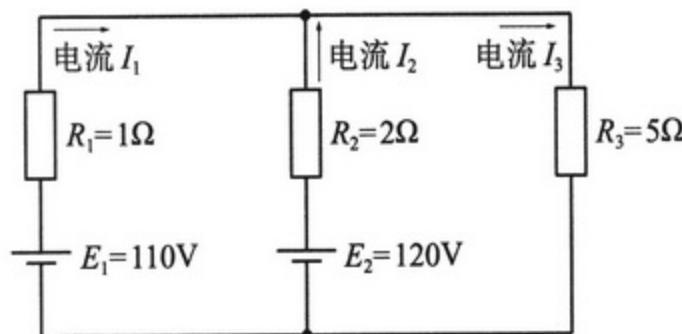








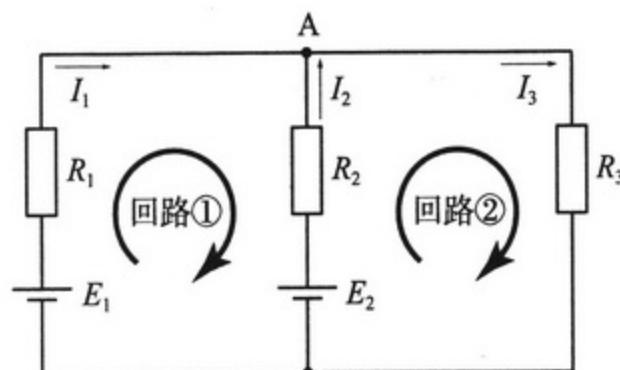
问题是，求电流  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ，对吧？  
解法有很多啊，我用最简单的来解吧。看着，我只在图上添加 2 个环哦。根据基尔霍夫定律，点 A 的电流是：



$$I_1 + I_2 = I_3$$

先看回路①的电压。 $A$  点的  $I_2$  和  $E_2$  因为和回路①的参考方向相反，所以取为负。所以，

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2$$



接着看回路②， $I_2$  和  $I_3$  都和回路②的参考方向相反，所以

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2$$



答得好，科斯莫！



列成公式就是：

$$I_1 + I_2 = I_3 \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

已知  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  分别为 1、2、5， $E_1$ 、 $E_2$  分别是 110V 和 120V，所以代入式②后，得：

$$I_1 - 2I_2 = 110 - 120 = -10$$

$$I_1 = 2I_2 - 10 \cdots \cdots \cdots \textcircled{4}$$

式③变为：

$$2I_2 + 5I_3 = 120 \cdots \cdots \cdots \textcircled{5}$$

又因为式①

$$I_3 = I_1 + I_2$$

所以，将它代入式⑤后，得：

$$\begin{aligned} 2I_2 + 5(I_1 + I_2) &= 120 \\ 7I_2 + 5I_1 &= 120 \cdots \cdots \cdots \textcircled{6} \end{aligned}$$

再把式④代入式⑥，得：

$$7I_2 + 5(2I_2 - 10) = 120$$

求解得：

$$17I_2 - 50 = 120$$

$$17I_2 = 170$$

$$I_2 = 10$$

根据式④得出  $I_1$ ：

$$I_1 = 2 \times 10 - 10 = 10$$

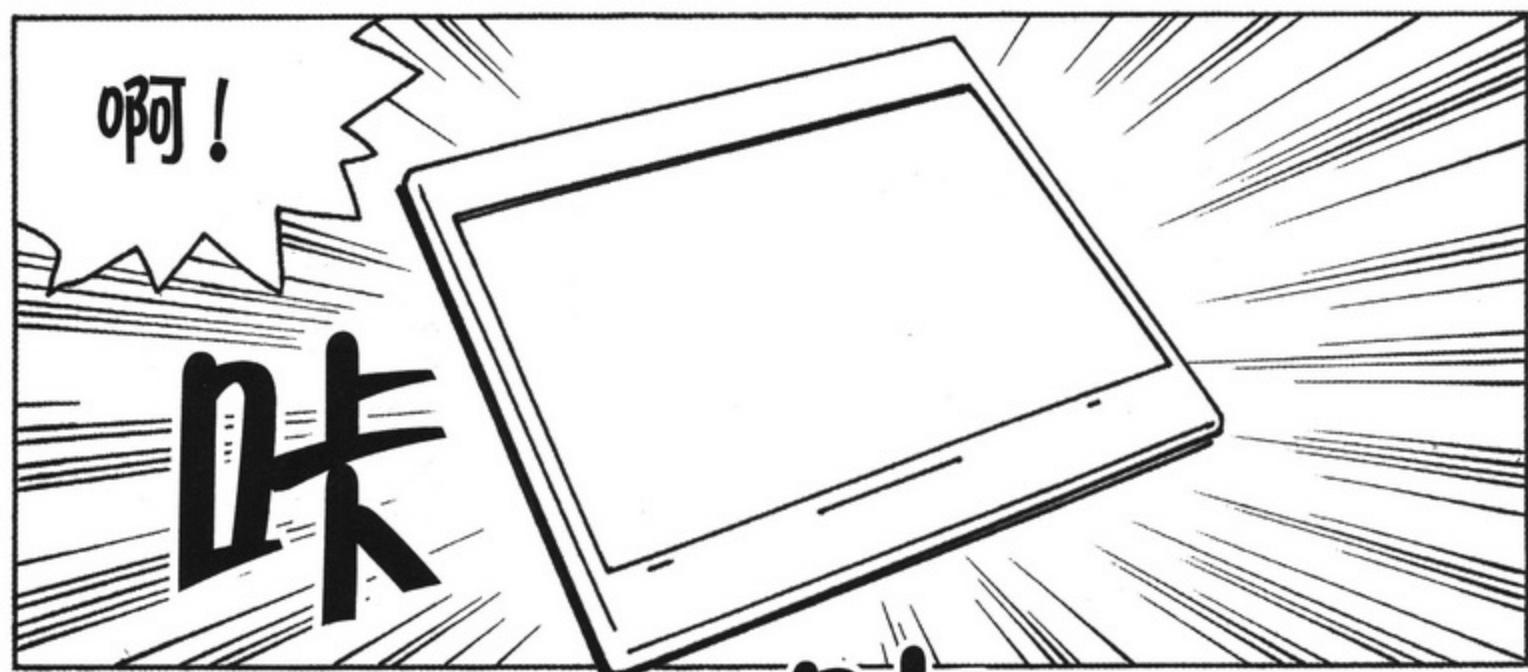
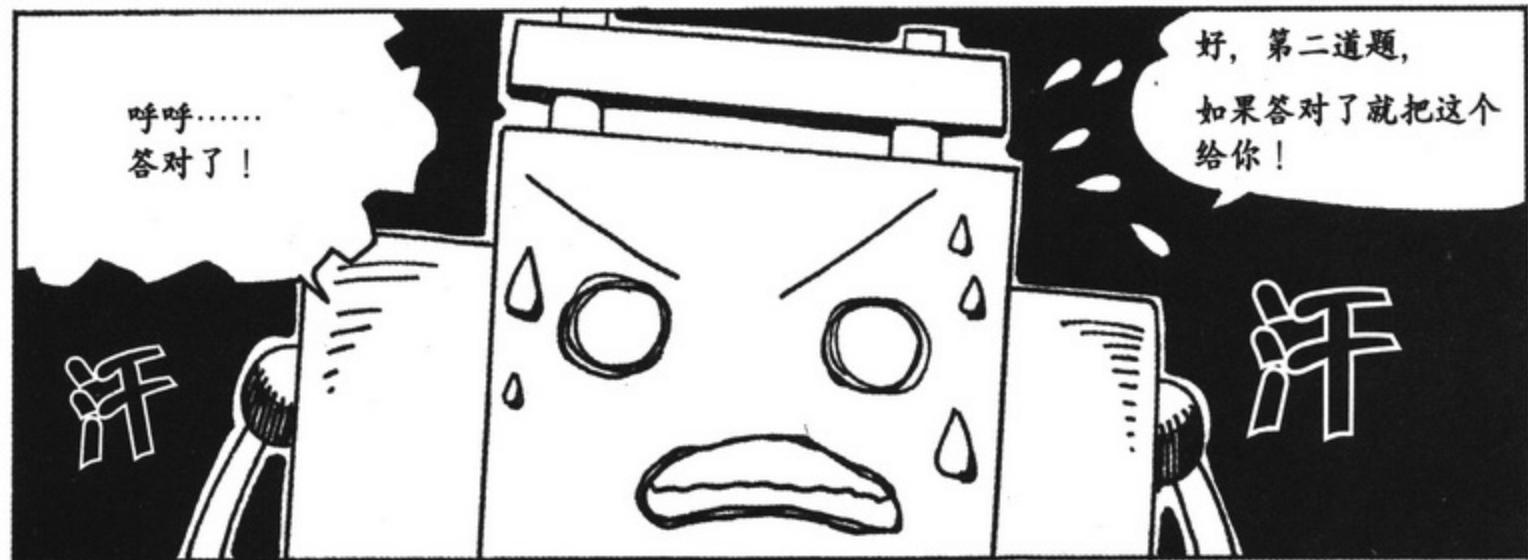
$$I_1 = 10$$

根据式①得出  $I_3$ ：

$$I_3 = 10 + 10 = 20$$

$$I_3 = 20$$

答案是： $I_1 = 10A$ 、 $I_2 = 10A$ 、 $I_3 = 20A$ ！





求此电路中的电流  $I_1$ 。这里不考虑电池的内部电阻。



休斯！轮到你啦！



嗯……



小子，不会答不出来吧？



嗯……还是在图中添加回路①和回路②，用基尔霍夫定律来解。

看 A 点的电流。因为此处没有流出电流，所以

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

回路①为：

$$8I_1 - 2I_2 = 6 - 4$$

回路②为：

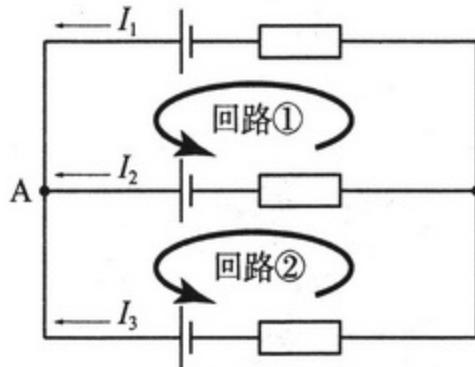
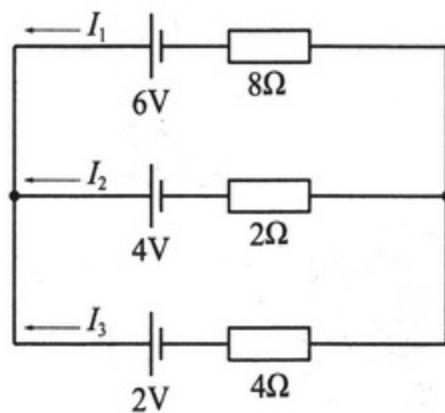
$$2I_2 - 4I_3 = 4 - 2$$

和科斯莫一样，整理公式如下：

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \cdots \cdots \cdots ①$$

$$8I_1 - 2I_2 = 6 - 4 = 2 \cdots \cdots \cdots ②$$

$$2I_2 - 4I_3 = 4 - 2 = 2 \cdots \cdots \cdots ③$$



根据式①，得：

$$I_3 = - (I_1 + I_2) \cdots \text{④}$$

把式④代入式③，得：

$$\begin{aligned} 2I_2 - 4[-(I_1 + I_2)] &= 2 \\ 2I_2 + 4I_1 + 4I_2 &= 2 \\ 6I_2 + 4I_1 &= 2 \cdots \text{⑤} \end{aligned}$$

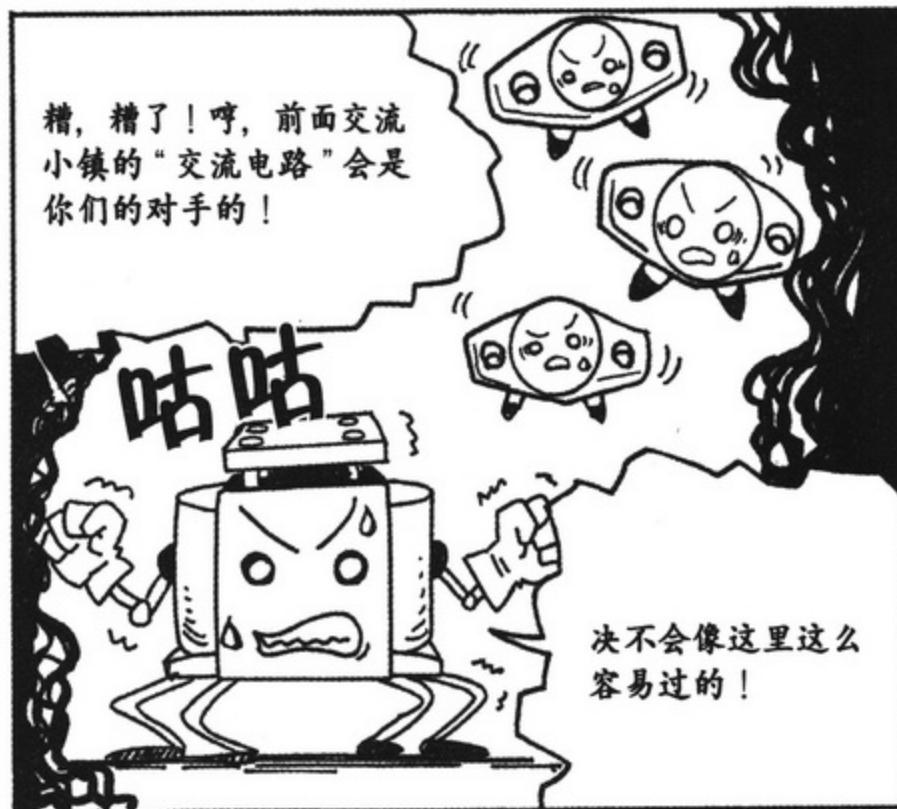
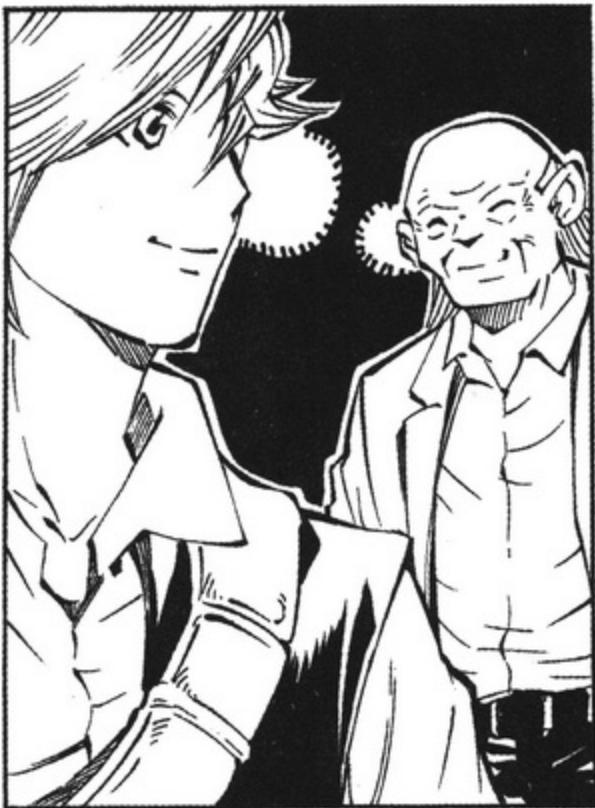
再根据式②，得：

$$\begin{aligned} -2I_2 &= 2 - 8I_1 \\ I_2 &= 4I_1 - 1 \cdots \text{⑥} \end{aligned}$$

将式⑥代入式⑤，得：

$$\begin{aligned} 6(4I_1 - 1) + 4I_1 &= 2 \\ 24I_1 - 6 + 4I_1 &= 2 \\ 28I_1 &= 8 \\ I_1 &= \frac{8}{28} \approx 0.29\text{A} \end{aligned}$$

答案是：约等于 0.29A！



# 小结

Follow-up

## 电能(焦耳热)、电导、惠斯通电桥电路、叠加定理

### ■ 电能 单位时间里消耗的电功率。

$$\text{电能 [Ws]} = \text{功率 [W]} \times \text{秒 [s]} = \text{电压 [V]} \times \text{电流 [A]} \times \text{秒 [s]}$$

电能可用焦耳热替换，焦耳热的单位为[J]。

$$1[J] = 1[Ws]$$

$$3600[Ws] = 1[Wh]$$

$$1[h] = 60[min] \times 60[s] = 3600[s]$$

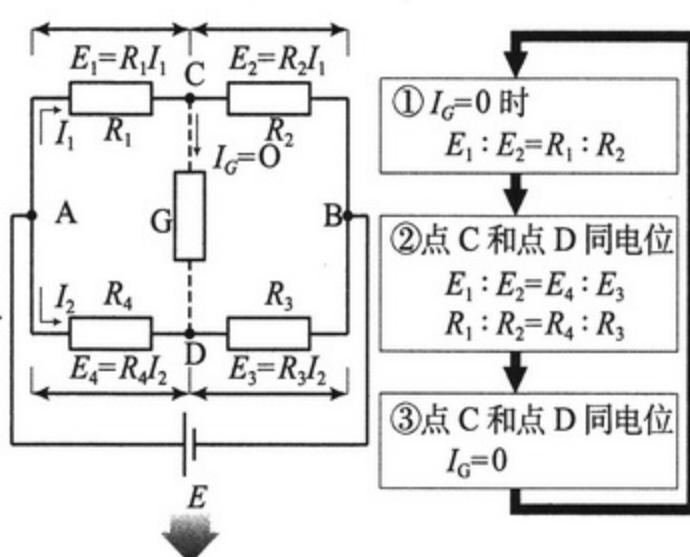
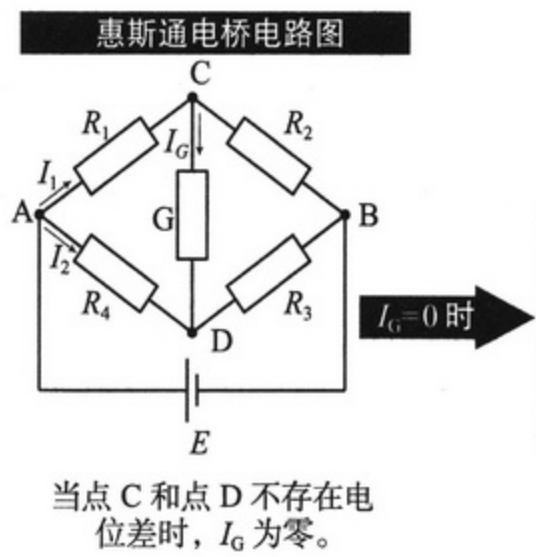
### ■ 电导

表示电流通过某种导体的容易性的量度。电阻的倒数。

$$\text{关系方程表示为 } G = \frac{1}{R}.$$

### ■ 惠斯通电桥电路

主要为测量用电路。



比例关系式

$$R_1 : R_2 = R_4 : R_3$$
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \text{ 得出 } R_1R_3 = R_2R_4$$

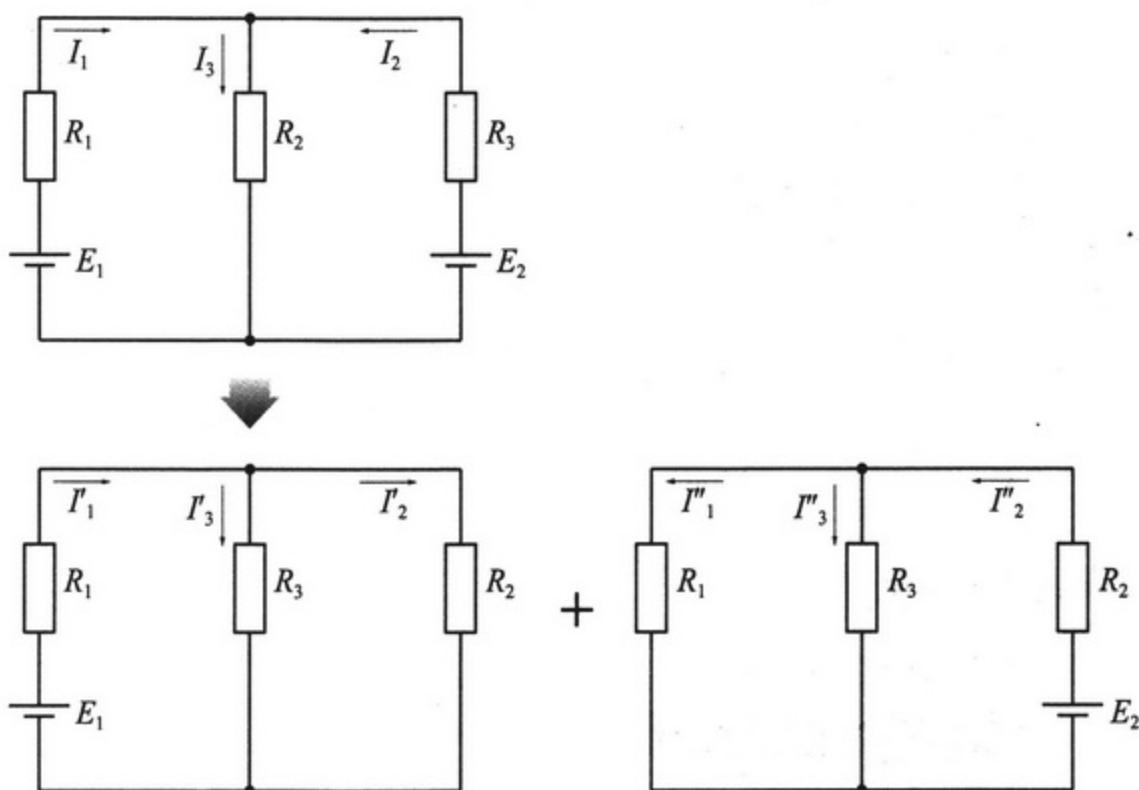
## ■ 叠加定理

当电路网上有多个电动势时，其任意点的电位或者电流等于各电动势单独作用时的电位或电流之和。即，

$$I_1 = I'_1 - I''_1$$

$$I_2 = -I'_2 + I''_2$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3$$



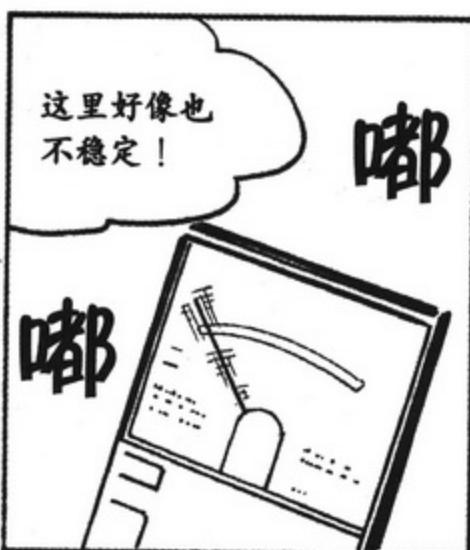
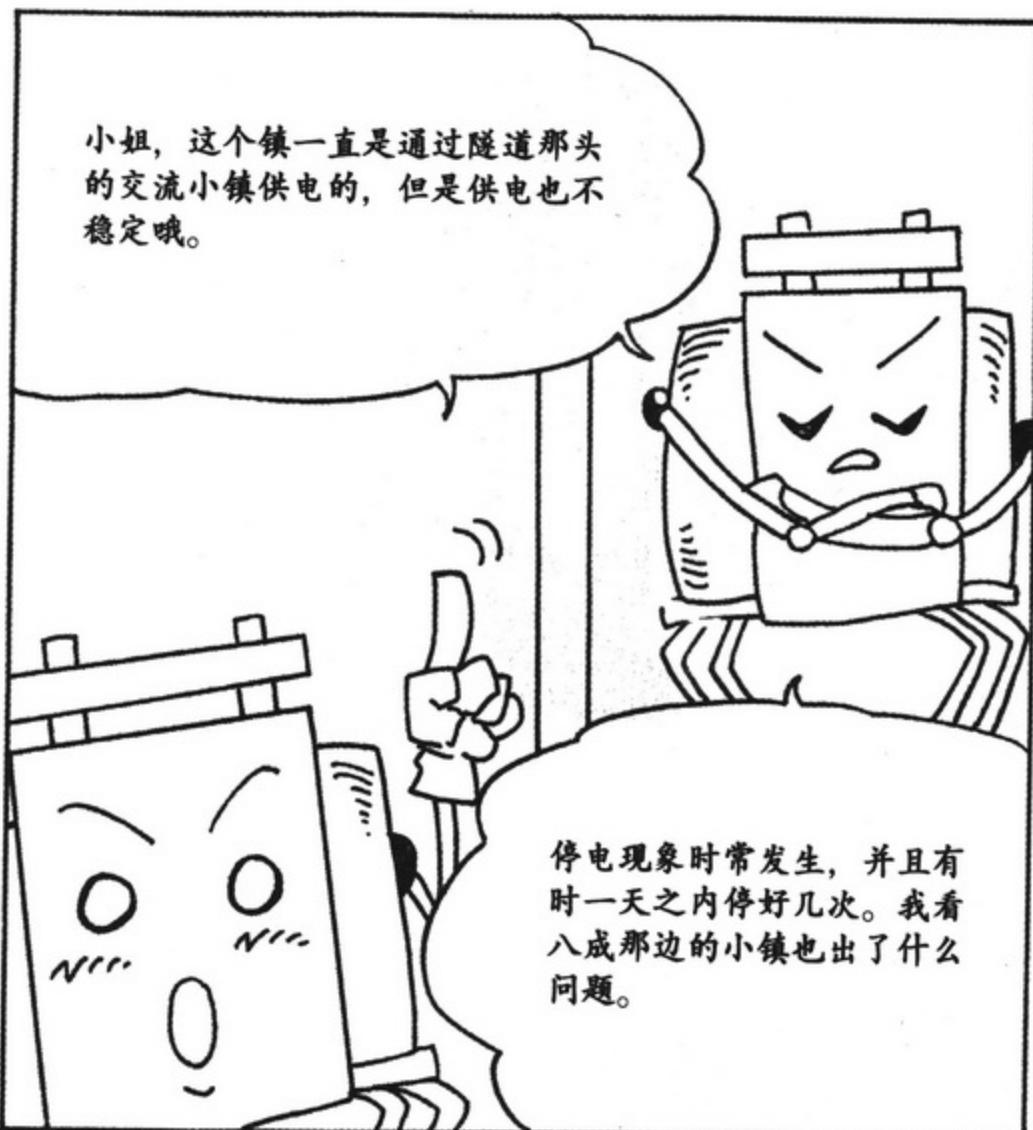
这里要注意的是，由于将  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  的方向取为正，所以方向相反时取为负。

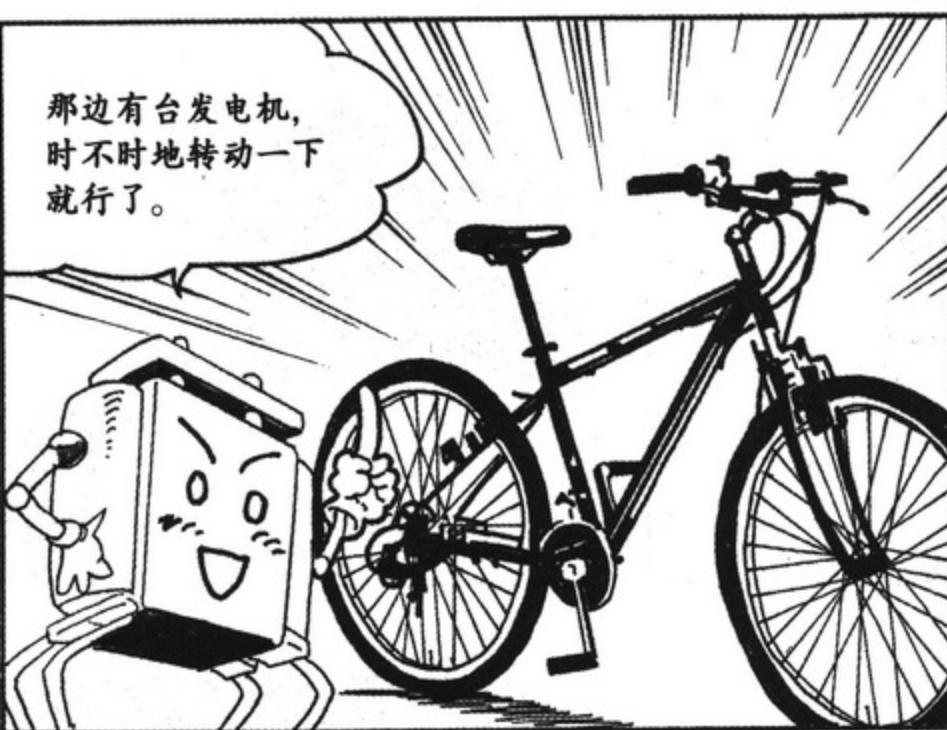
# 第3章

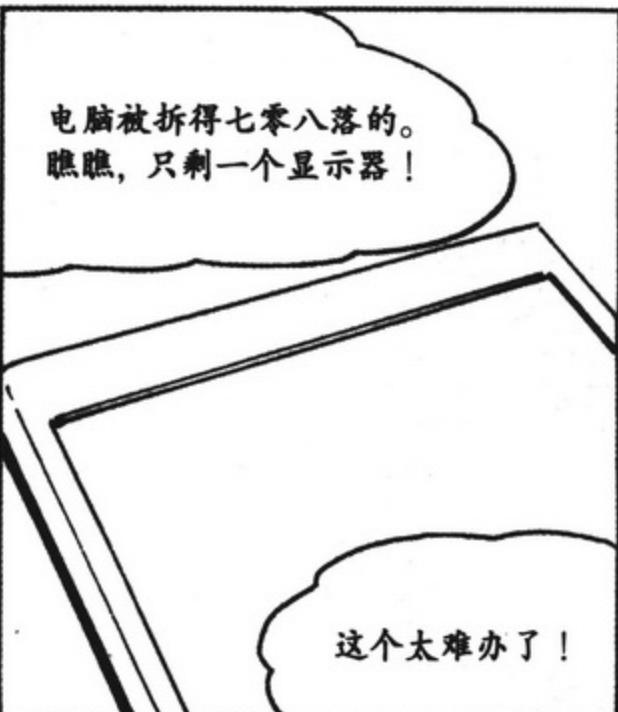
# 交流电路



# 1. 电磁感应







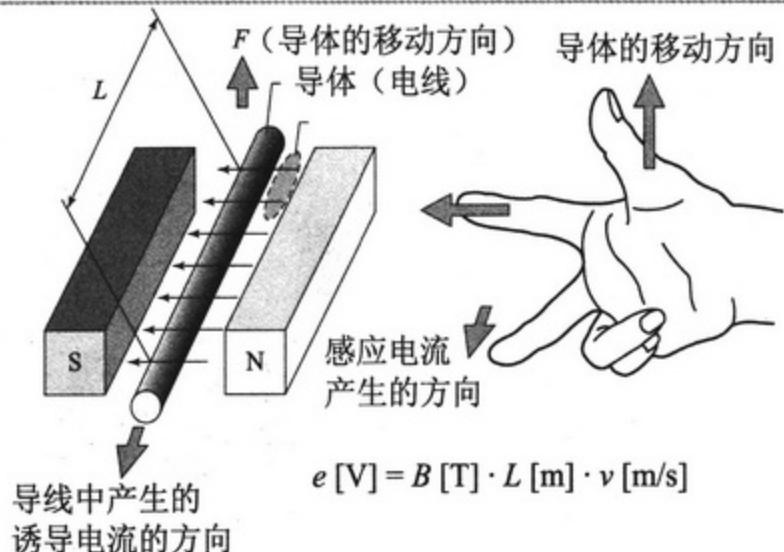




老师，为什么用这么简单的办法就能使灯亮起来？



电和磁场之间有着密切的联系。导体在磁场中移动时会产生电流。我们称之为“**弗莱明右手定则**”。此时产生的电压为：



电压  $e [V] =$  磁通量密度  $B [T] \times$  导体的长度  $L [m] \times$  导体的移动速度  $v [m/s]$

我做的发电机很简单，就是先把线圈固定，然后转动磁铁就可以了。对了，这边的机械部分很是经久耐用……还要了解的是，此时产生的电流为交流电。科斯莫，你知道什么是交流电吧？



嗯，知道。交流电的电流和电压会随着时间的变化而改变。



说得对。交流电的波形有很多种，比如三角波，矩形波，锯齿波，等等。我们先来学习其中最基本的一种——正弦波。“正弦波”，顾名思义，它与三角函数有着不可分的关系。



呜啊！这个是我的弱项啊！



休斯，待会儿在“交流镇”会接触到交流电路的，你别不行啊。

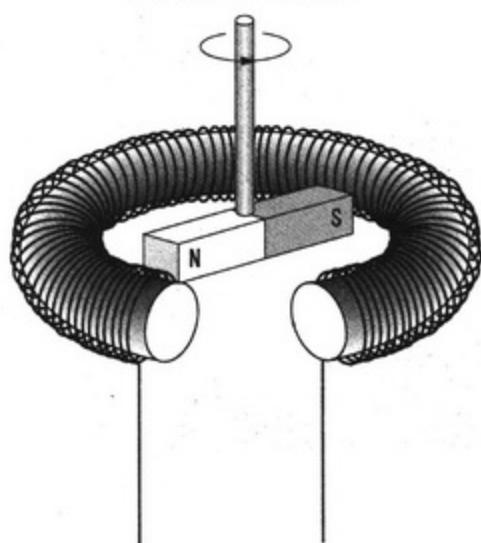


不是我吓唬你哦，除了会用到三角函数，还会有向量、微积分什么的哦。



呀！头疼！

**发电机的原理**  
在线圈内转动磁铁



## 2. 正弦波交流



你们认为这个发电机发电时产生的波形会是什么形状的？



科斯莫不知！



我们看这幅图，它表示的是当导线在磁场中旋转时会获得多大的电动势。电动势即为电压。

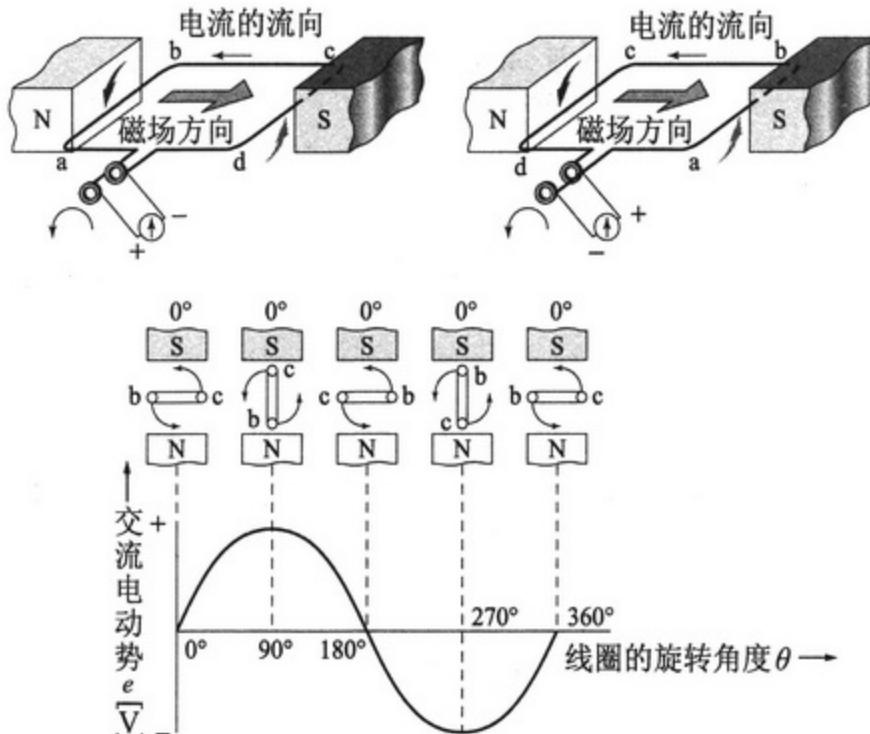
磁通量和向直角方向切入的速度成正比，则产生电压。也就是说，旋转速度及位置的不同会引起电压发生变化。你们看用图形将这些变化反映出来后得出这个形状，这个，就是正弦波。这里用  $e$ （瞬时值）表示电动势。最大值假设为  $E_m$ ，则以下关系式成立。

说，旋转速度及位置的不同会引起电压发生变化。你们看用图形将这些变化反映出来后得出这个形状，这个，就是正弦波。这里用  $e$ （瞬时值）表示电动势。最大值假设为  $E_m$ ，则以下关系式成立。

$$e = E_m \times \sin\theta [V]$$

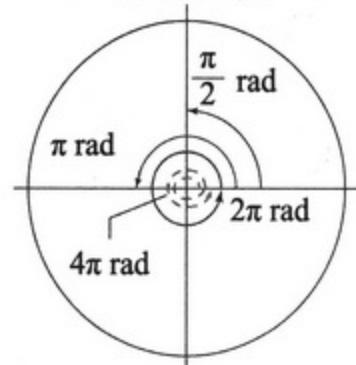


这里的  $\theta$  表示导线的角度。与磁通量呈直角时为  $90^\circ$ 、旋转半圈时为  $180^\circ$ 、旋转一圈为  $360^\circ$ 。我们用弧度法（单位 [rad]）表示旋转物的角度。对照表如下：



旋转	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
度°	90°	180°	360°	720°
弧度 rad	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$2\pi$	$4\pi$

弧度法



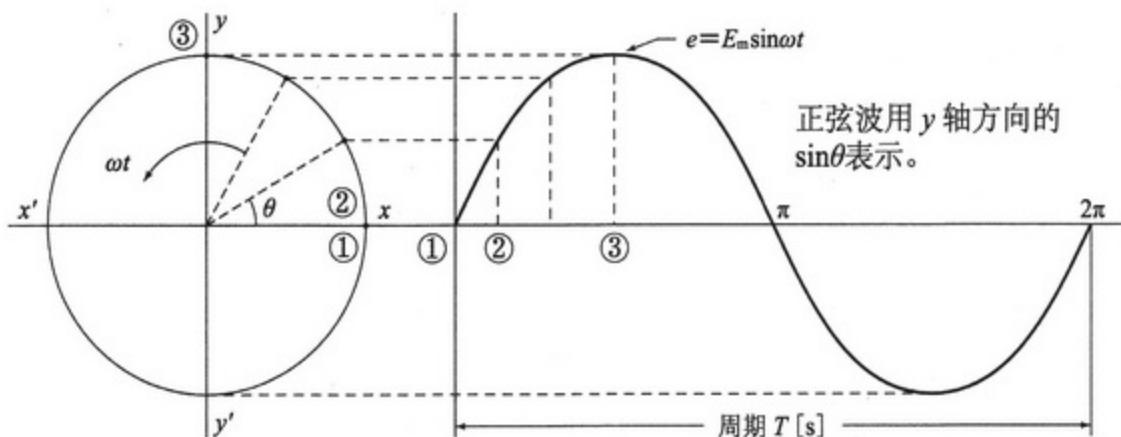


比如发电机，我们用角速度来表示线圈每秒钟旋转几圈。角速度用  $\omega$  表示，单位 [rad/s]。假设旋转  $\theta$  [rad] 需要时间  $t$  [s]，则有

$$\theta = \omega t$$

此时，刚才的交流电动势的公式可以表示如下：

$$e = E_m \sin \omega t \text{ [V]}$$



$$\text{频率 } f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]}$$

还有，从 0 到  $2\pi$  所需的时间，也就是旋转一周所需的时间，即为一个周期  $T$ 。每秒钟重复的  $T$  数叫频率  $f$ ，用 [Hz]（赫兹）表示。以上这些都理解了吗？



唔……sin 都出来了。没信心啊！



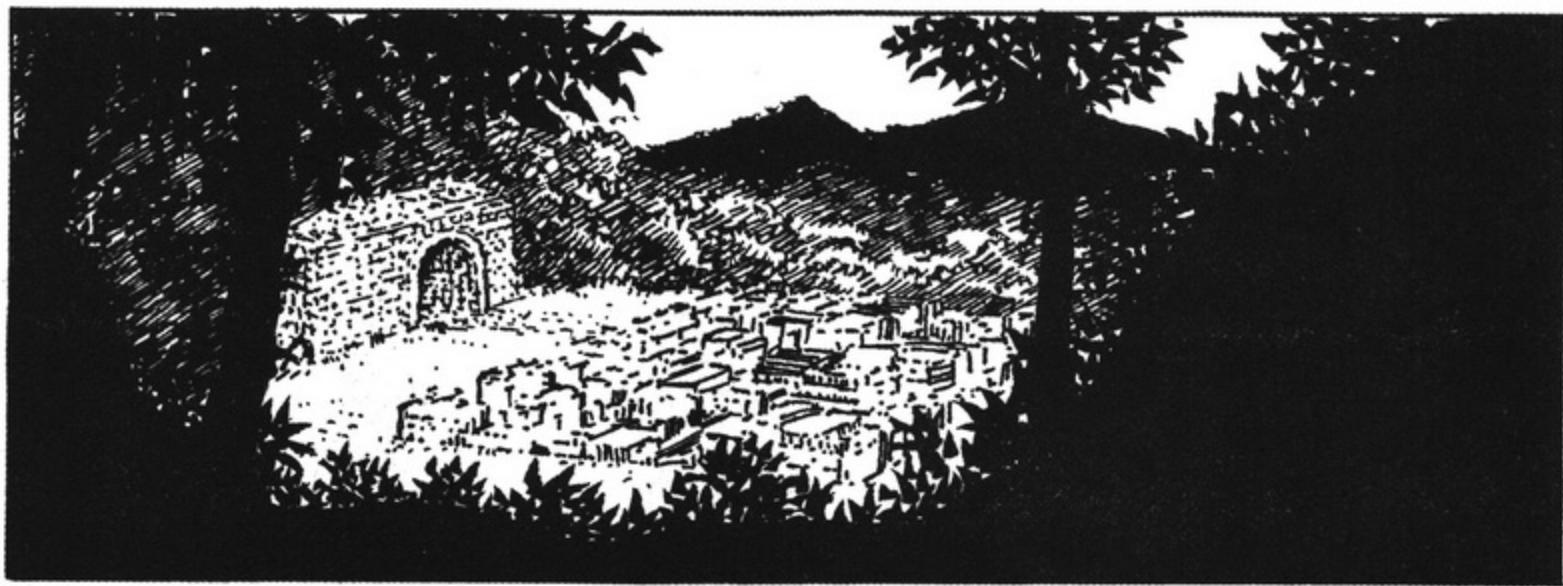
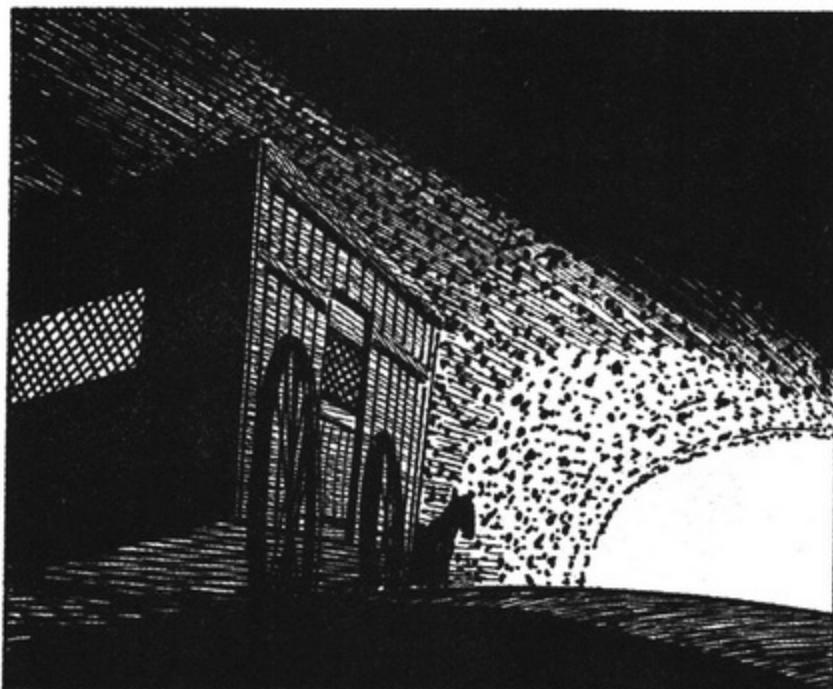
差不多吧！过会儿我多练练，熟能生巧啊！



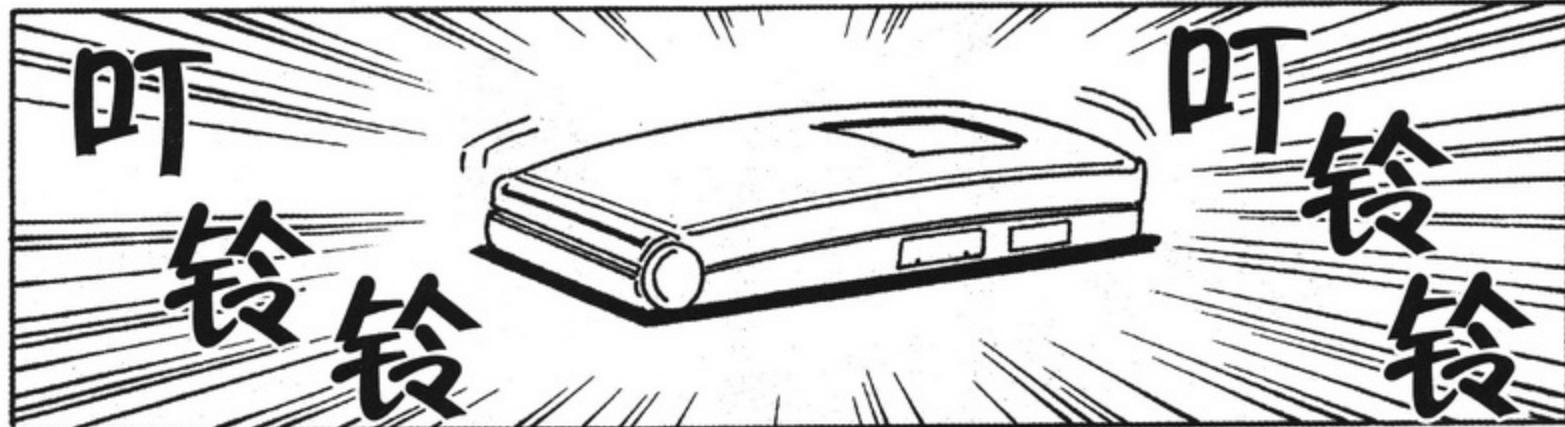
休斯的数学是弱项，这次不给评分，维持原样。科斯莫这次上升到 7 级。照这个态势发展下去，科斯莫说不定更先学会电气电路呐。

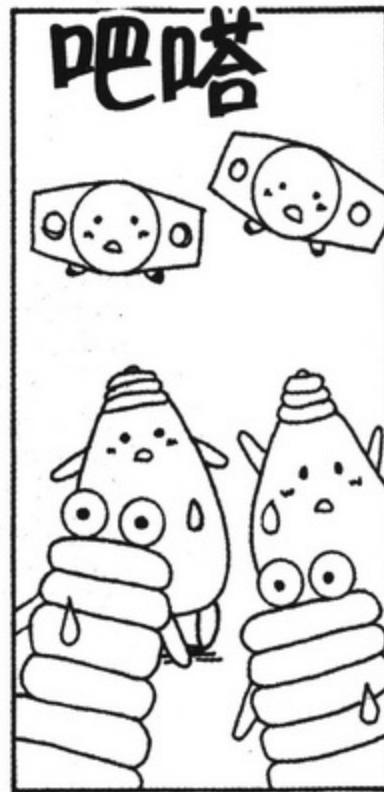
### 3. 平均值和有效值



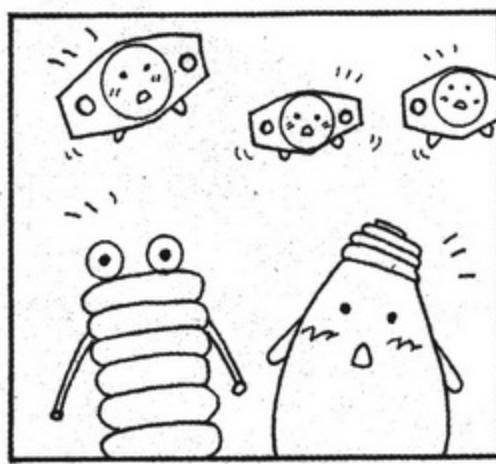


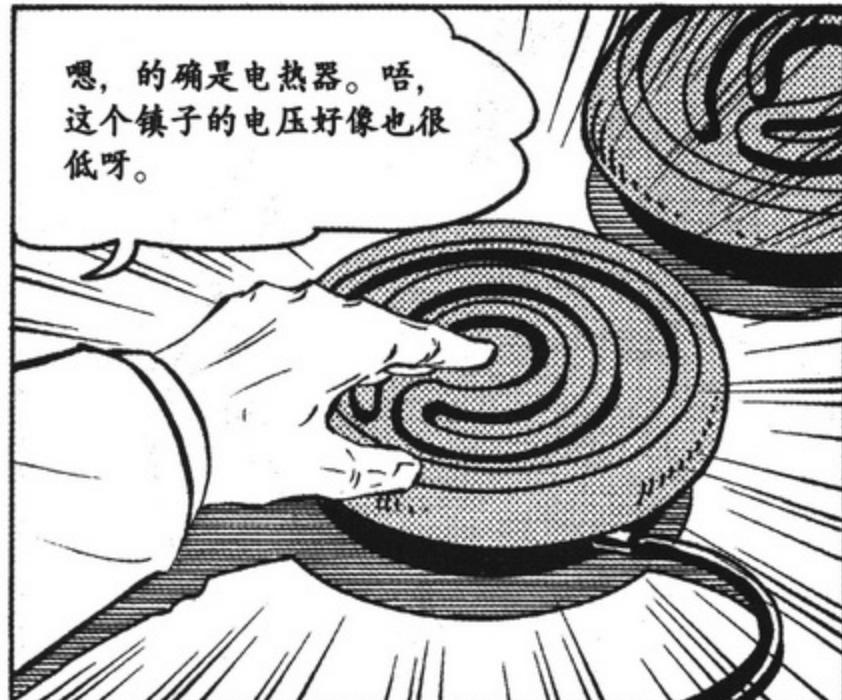
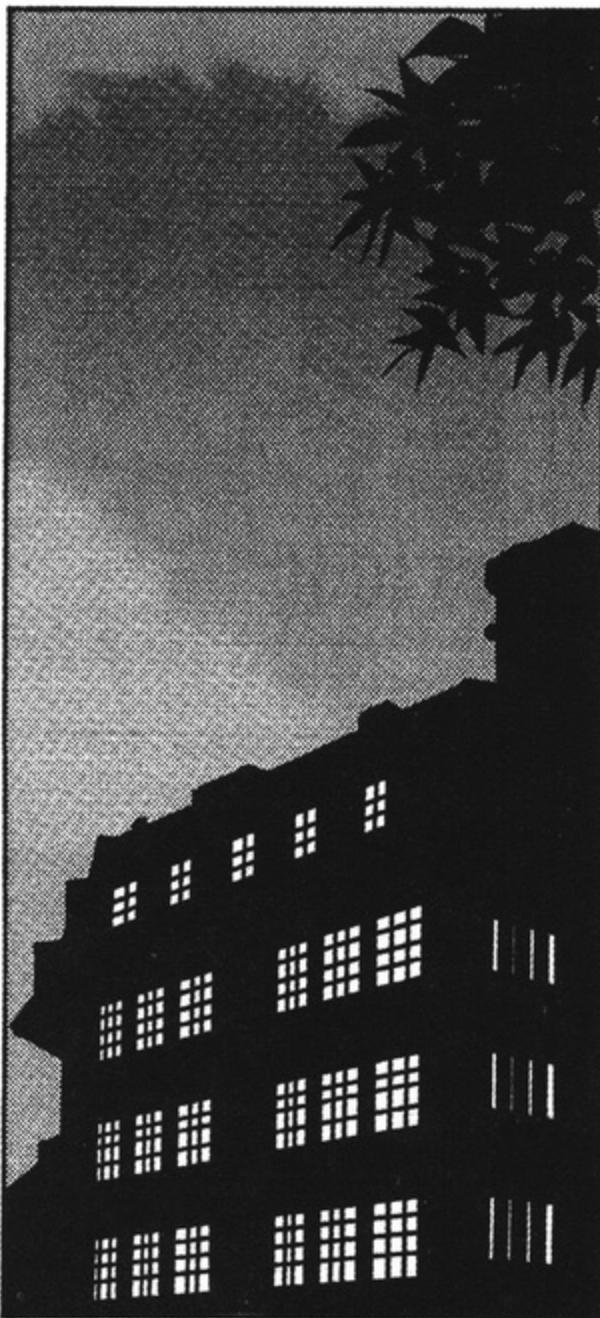










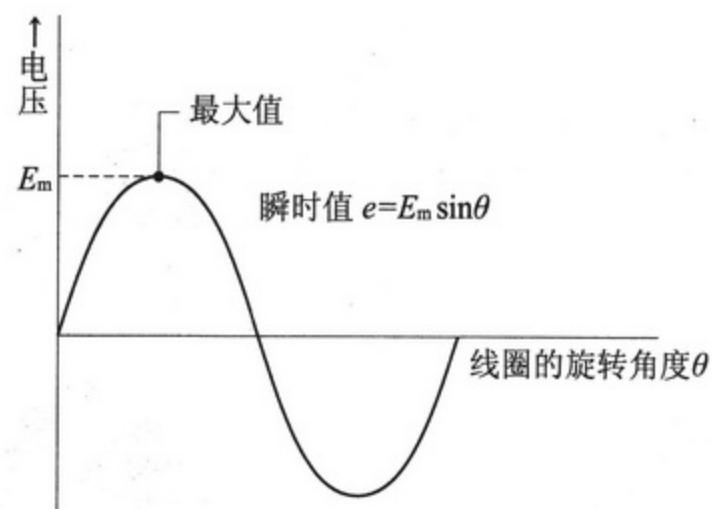






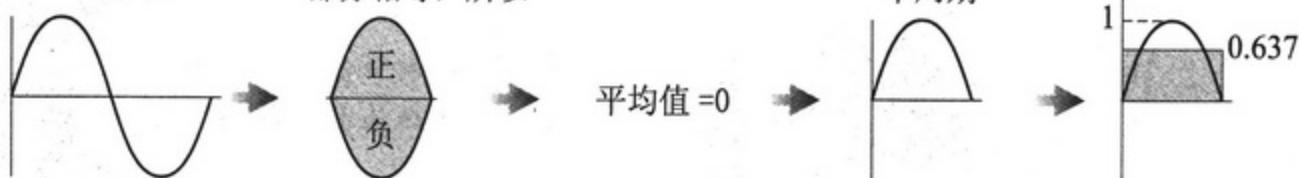
这个波形的最高点为最大值。该最大值由磁通量密度的大小、导线的长度以及该点的速度决定。我们之前已经学过“弗莱明的右手定则”，当时各时间点上的电压都为“瞬时值”。瞬时值和最大值的关系公式为：

$$e = E_m \sin \theta$$

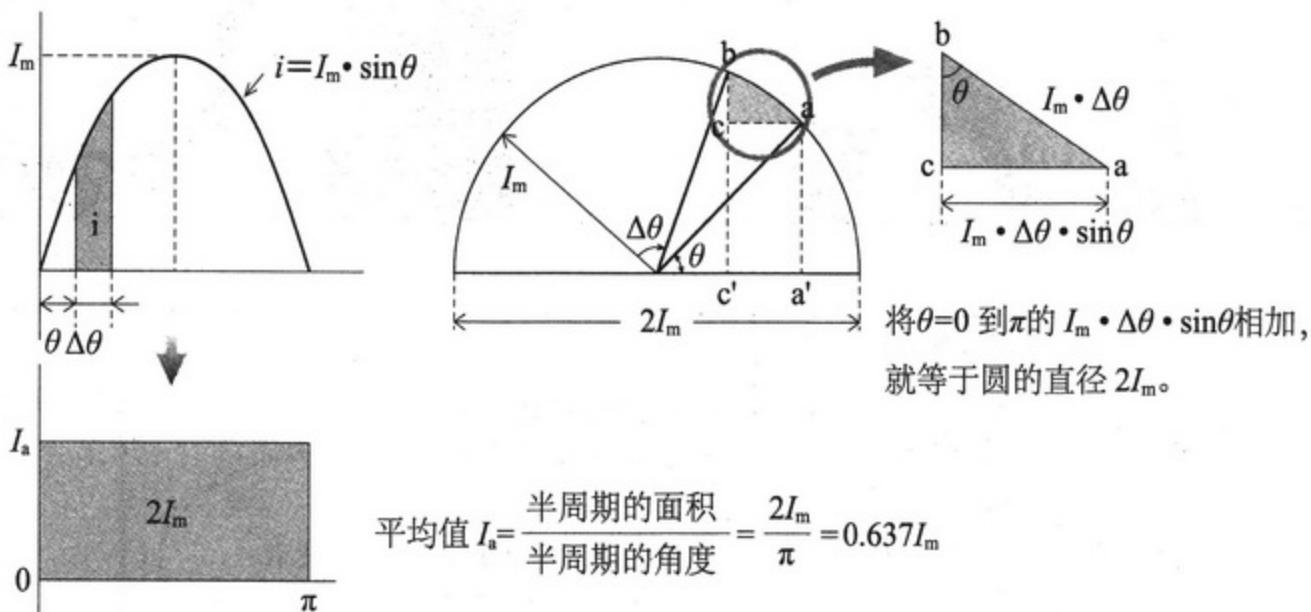


这也是上次讲过的。那么所谓平均值呢，就是1个周期内的瞬时值之和的平均数。但是，正弦波的一周期和为零，所以就以半个周期计算平均值。

- ① 交流的平均值 ② 一个周期内正负部分相等，所以 ③ 正负相加得0 ④ 所以以半个周期 ⑤ 求平均值



下面是求平均值的公式。



接着讲有效值。计算电路时主要用的是有效值。



既然如此，不就用不着那些麻烦的最大值啊、平均值啊什么的。

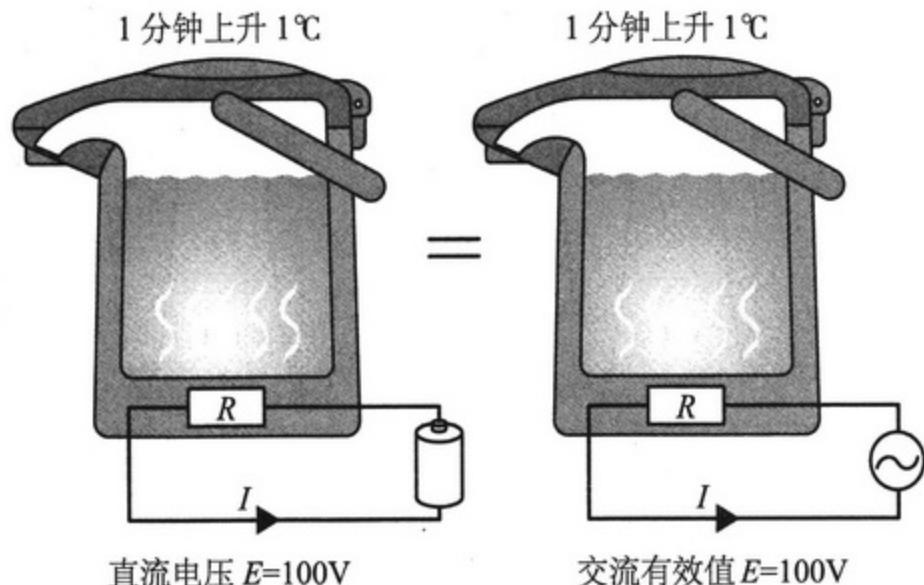


没那么简单！我们用测量器测出的不是有效值而是平均值，要换算为有效值，就必须先了解什么是平均值。三角函数，向量，这些都不是平白无故蹦出来的！好好理解并充分运用这些知识是非常重要的。好了，现在开始有效值的内容。



看右图。用直流电 100V 烧水时，水温 1 分钟上升 1 度。接着用交流电试一试，如果要使水的温度 1 分钟上升 1 度，需交流电压 100V，这个值就叫有效值。

下面是有效值的论述和求解方法，看仔细啊。



## ● 有效值分析



假设将周期  $T$  [s] 分解为  $n$  个微小的时间段

$$\Delta t \left(= \frac{T}{n}\right)$$

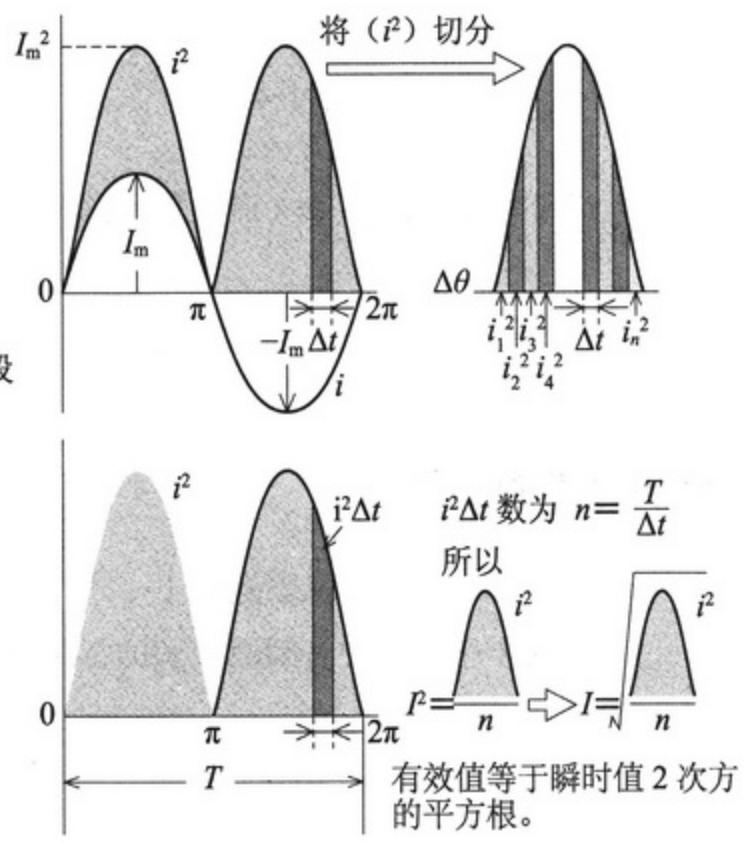
那么，

$$W = (i_1^2 \Delta t + i_2^2 \Delta t + i_3^2 \Delta t + \dots + i_n^2 \Delta t) R \quad [\text{J}]$$

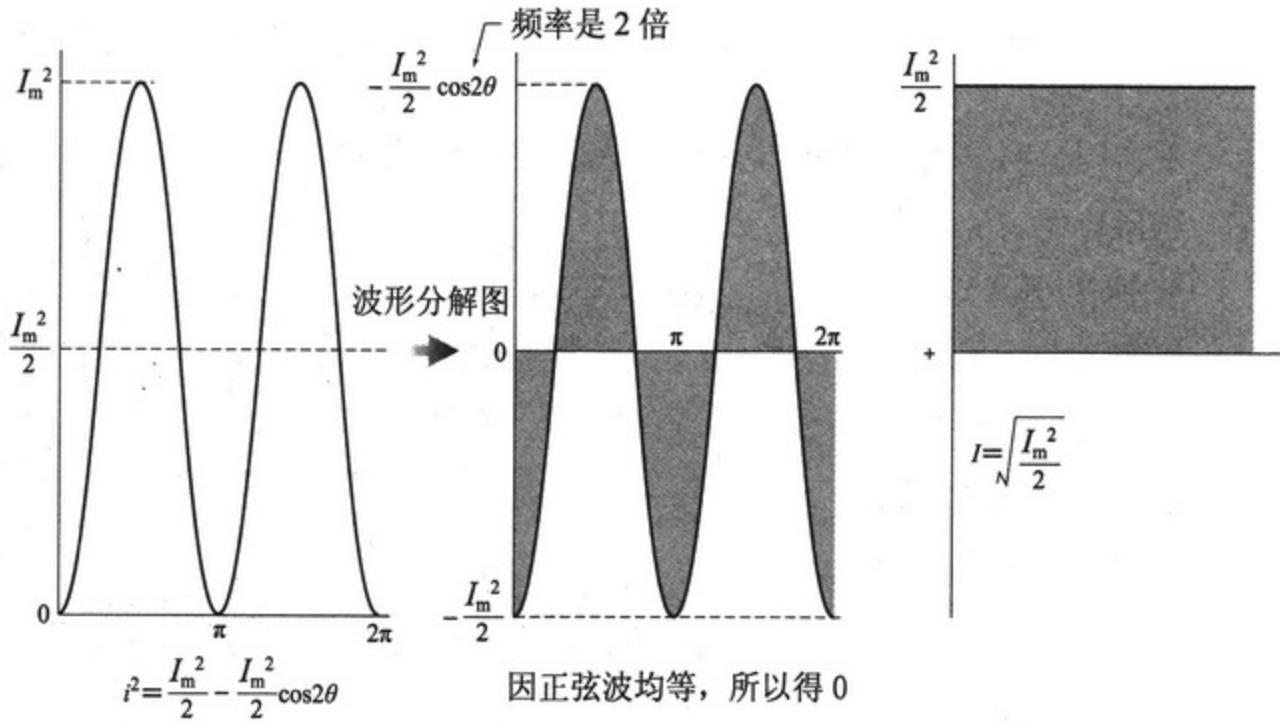
$$\begin{aligned} PRT &= (i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + \dots + i_n^2) \Delta t \cdot R \\ &= \frac{(i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + \dots + i_n^2) T R}{n} \end{aligned}$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{(i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + \dots + i_n^2)}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{i^2}{n}}$$



## ● 求有效值



将  $i=I_m \sin \omega t$  中的  $\omega t$  用  $\theta$  替换之后平方，则得到  $I_m^2 \sin^2 \theta$ 。这里，

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\theta}{2}$$

所以，

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{I_m^2}{2} - \frac{I_m^2}{2} \cos 2\theta \\ &= I_m^2 \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta) \end{aligned}$$

第 2 项为正弦波，故 1 周期的平均值等于 0，剩第 1 项的  $\frac{1}{2}$ ，求其平方根即得电流的有效值

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m [\text{A}]$$

## ● 有效值的定义

正规的有效值定义表述如下：

交流 1 个周期中各瞬时值和的 2 次方除以 2、再开平方根所得值即为有效值。





## 提高讲座③

# 向量和复数



我们今天来学习向量！



啊！



首先，我们要知道什么是向量。向量不仅仅表示力或电流的运动量大小，还表示他们的方向。与此相对，仅仅表示温度或时间的运动量大小的叫标量。



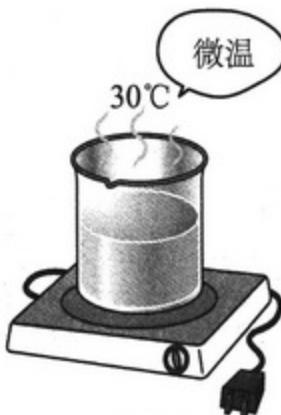
那电气属于哪一种？



交流的电压和电流都是向量。因为他们除了大小会变化，方向也会变化。下一页的图将向大家说明怎样用静止向量表示电压或电流的旋转向量。以角速度  $\omega$  旋转静止向量即得旋转向量。电力计算等交流电路的计算通常都是用的静止向量。在交流中连接电容或线圈时，电压和电流的方向会发生一定的差，其向量的差就叫做位相差。



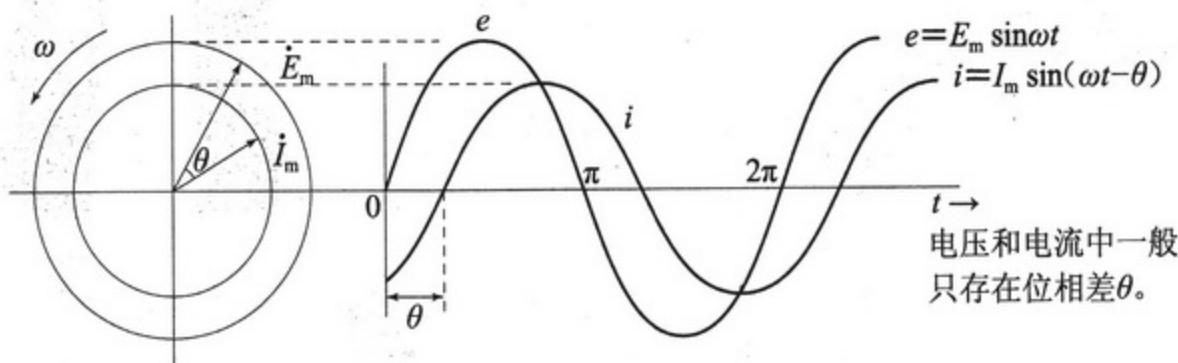
(向量)



(标量)

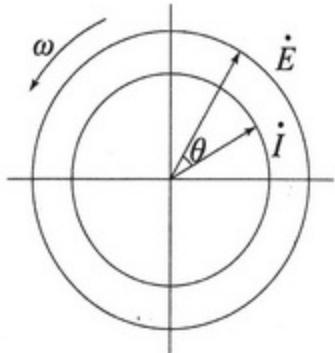
火涡，后面交给你来。

啊啊！肚子又饿啦！火涡，吃完饭你再替我！现在开饭开饭啦！

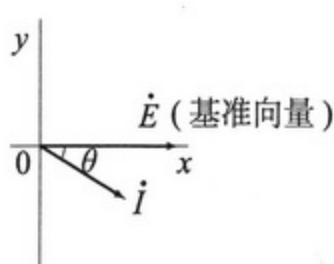




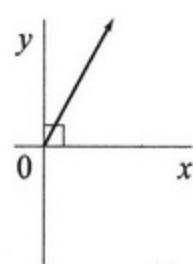
那个，火涡，不是吃完便当再开始吗？



旋转向量  
(假定旋转速度 $\omega$ )



静止向量  
(只考虑 $\dot{E}$ 和 $i$ 的关系)

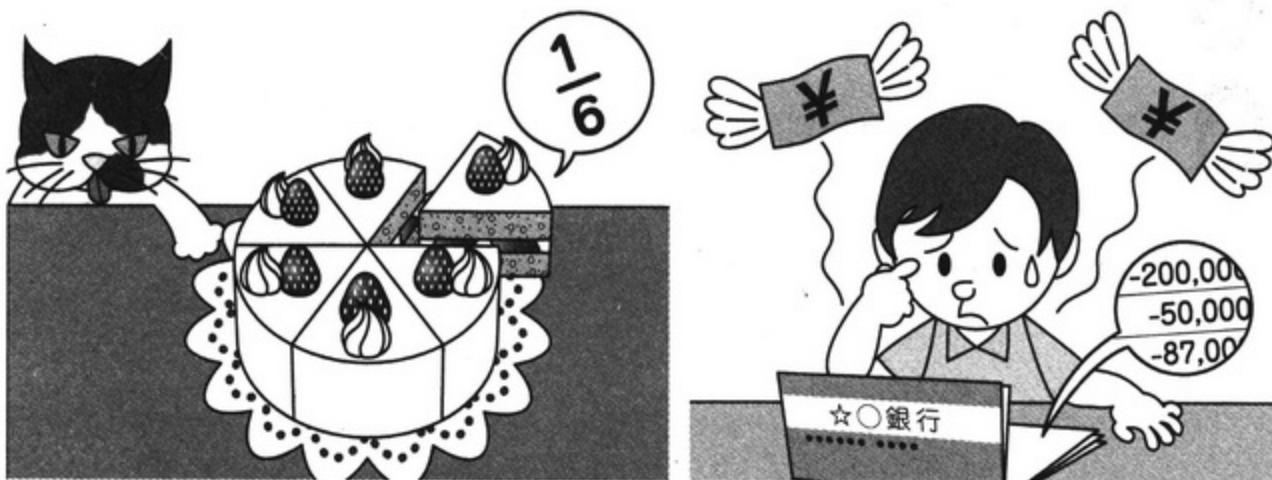


直角坐标



不行！边吃饭也能边听啊！

你们俩，向量图都看懂了吧？想不想知道怎样用数学公式来表示下面的向量图？平常我们用来表示物体的重量或数量的都是实数。但同时还有其他数字形式，比如在数人数时用不上的分数，它在分蛋糕时却大有用处；在表示物体长度时用不上的负数，在表示借款金额时它却不可或缺。同样的道理，在电磁气学或电子工学，当然还有在电气工学中，为了理解交流就必须导入虚数的概念。知道什么是虚数吧？



2次方等于-1这样怪异的数字。虚数*i*就是( $i^2$ )=-1。



没错。还有，有了包含虚数的复数世界，电气电路才得以成立哦。不过要注意，电气中因为已经用*i*来表示电流，所以电气的虚数单位用*j*表示。记住这个后面就方便啦。



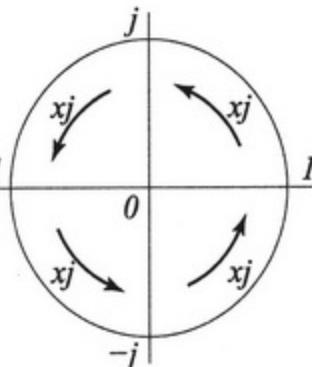
虚数的4次方等于1，再乘以 $j$ ，用向量图表示就是逆时针旋转 $90^\circ$ 。

$$j = \sqrt{-1}$$

$$j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$j^3 = j^2 \times j = -1 \times \sqrt{-1}$$

$$j^4 = j^2 \times j^2 = (-1) \times (-1) = 1$$



最后再学一个欧拉乘积公式。

整数1乘以虚数 $j$ ，再乘以虚数 $j$ ……结果就是一个 $90^\circ$ 接一个 $90^\circ$ 逆时针旋转。



怎么全是数学啊！和电气电路一点也不沾边嘛，而且我在学校还没有学这些啊。



科斯莫还是学生？



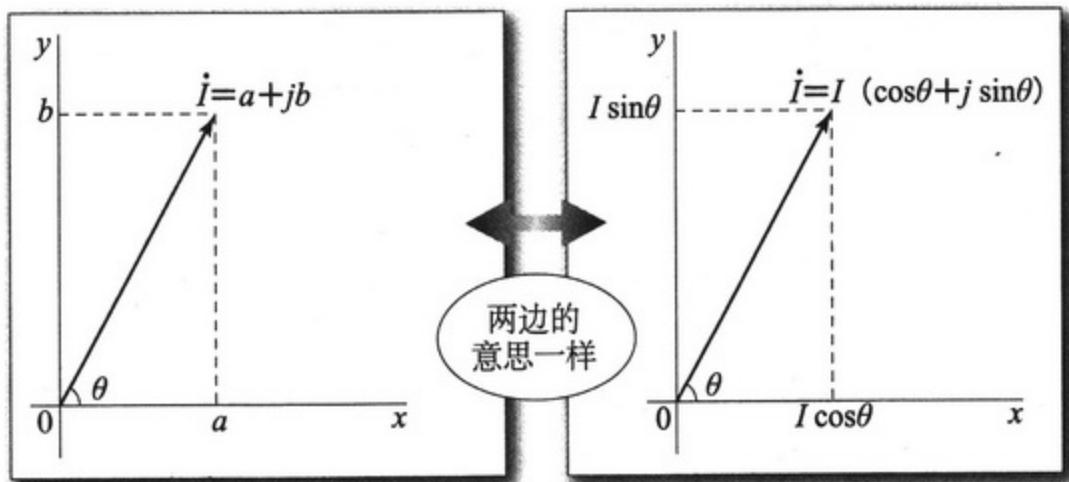
刚刚荣升高中……休斯今年已经毕业啦。在升学之前的假期里打工打猎。我则负责监督他。



欧拉公式在学校会学到的，不过现在学点儿也没坏处啊。



换我吧，好歹我学问也比你们多呀。先看这幅图。



$$I = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{b}{a}$$



正如上页右图所示，

$\dot{I}$  的  $X$  部分表示为： $a=I \cos\theta$

$Y$  部分表示为： $b=I \sin\theta$

于是可知：

$$\dot{I}=a+jb=I(\cos\theta+j\sin\theta)$$

现在该欧拉乘积公式登场了，

$$\cos\theta+j\sin\theta=e^{j\theta}$$

$e$  是自然对数的底，

$$e=2.71828\cdots$$

即

$$\dot{I}=Ie^{j\theta}$$

运用欧拉公式时，在计算位相差过程中，可根据指数定律对指数进行加法或减法运算。即：

$$e^{j\theta_1} \times e^{j\theta_2} = e^{j(\theta_1+\theta_2)}$$

$Ie^{j\theta}$  的意思是，大小为  $I$ ，其前进位相角为  $\theta$  的向量。 $\theta$  也叫偏角。延迟时表示为  $Ie^{-j\theta}=I<-\theta$ 。这些叫做极坐标。都懂了吗？



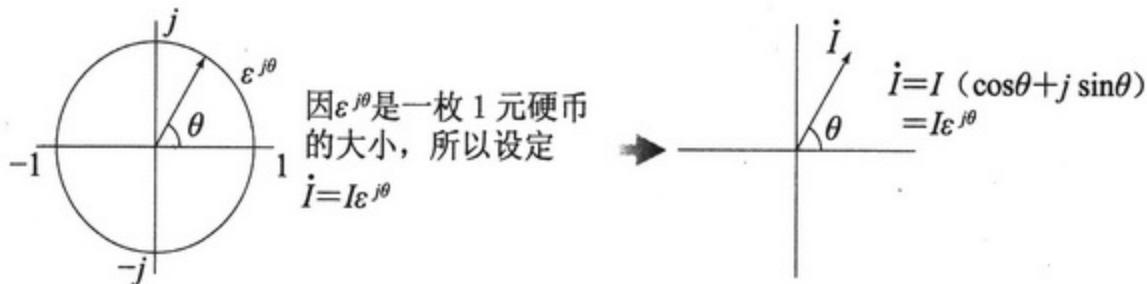
嗯……



电气电路理解透彻了，就可以充分使用这些道具。所以一定要学会怎么用哦。后面我们还有总结，到时候可以把知识点再重新捋一遍。

## ● 向量和复数总结

### 欧拉定律



根据欧拉定律，向量  $\vec{I}$  为

$$\vec{I} = I e^{j\theta}$$

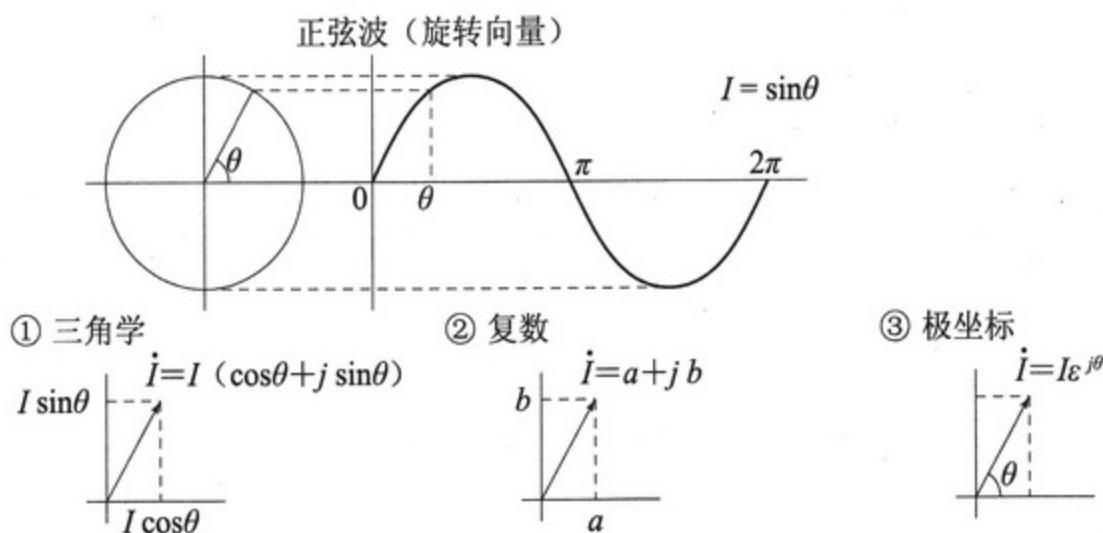
也可以简单地写成：

$$\vec{I} = I e^{j\theta} = I \angle \theta$$

此外，根据三角函数和三角形的毕达哥拉斯定理，可知以下关系：

$$I = \sqrt{a^2 + b^2}, \theta = \arctan \frac{b}{a}$$

### 三角学・复数・极坐标



三角学我们从小学就开始学习，所以最熟悉。  
向量和三角学其实有相似的地方。

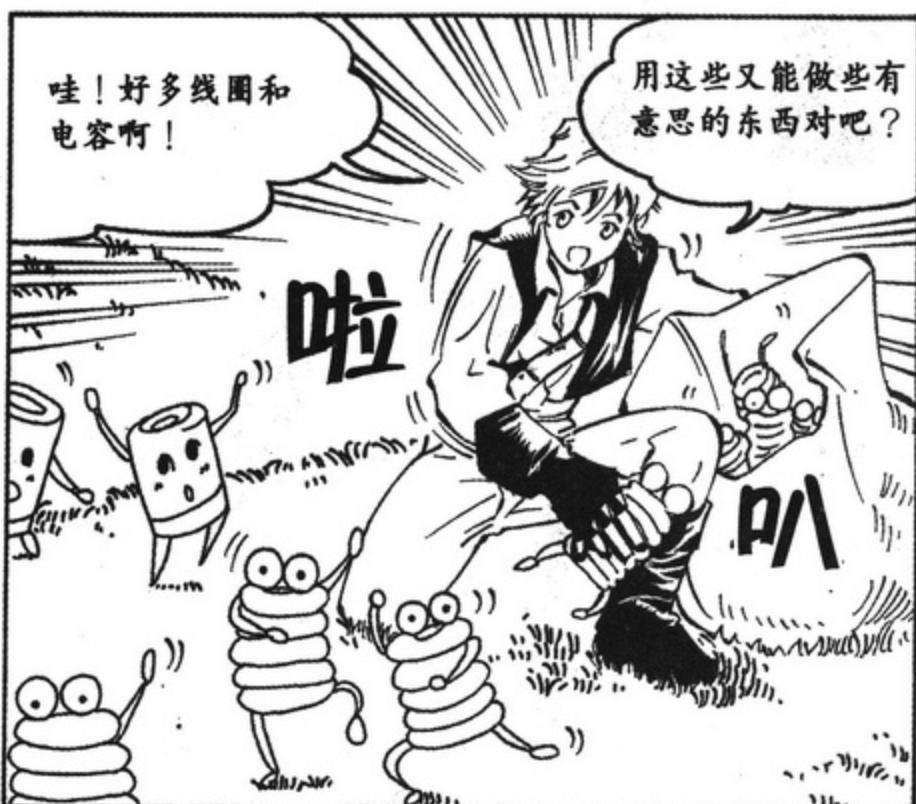
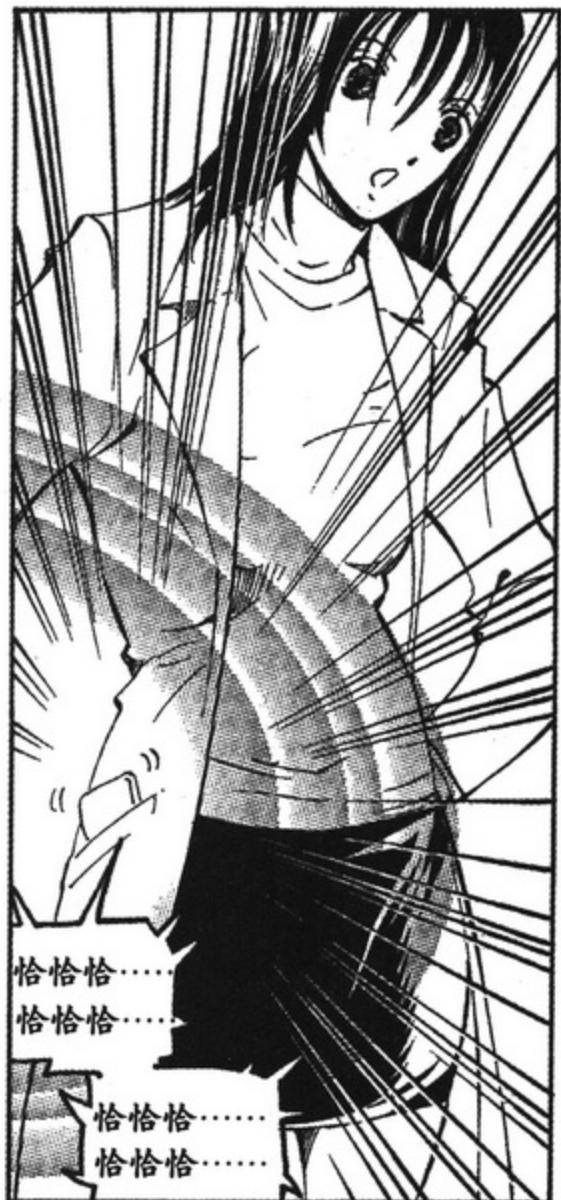
如果对计算能力有自信的话，  
复数也就不用愁了，因为它  
和解代数题差不多。  
用它求解复杂的题最有效。

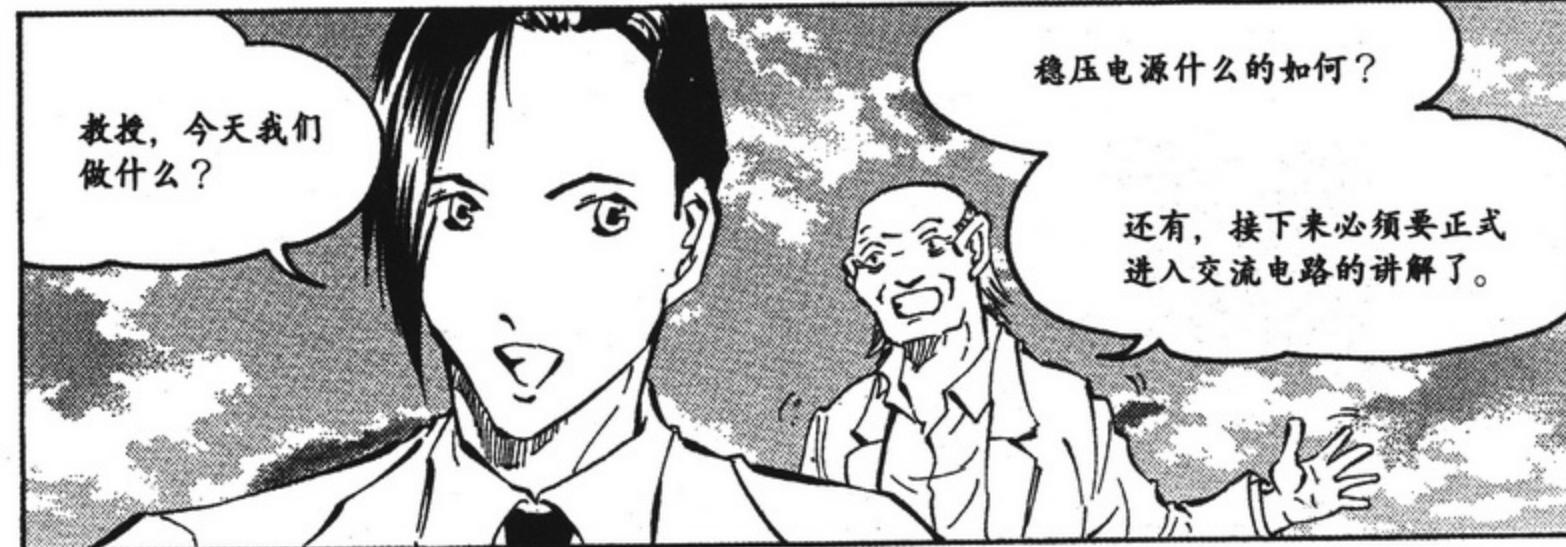
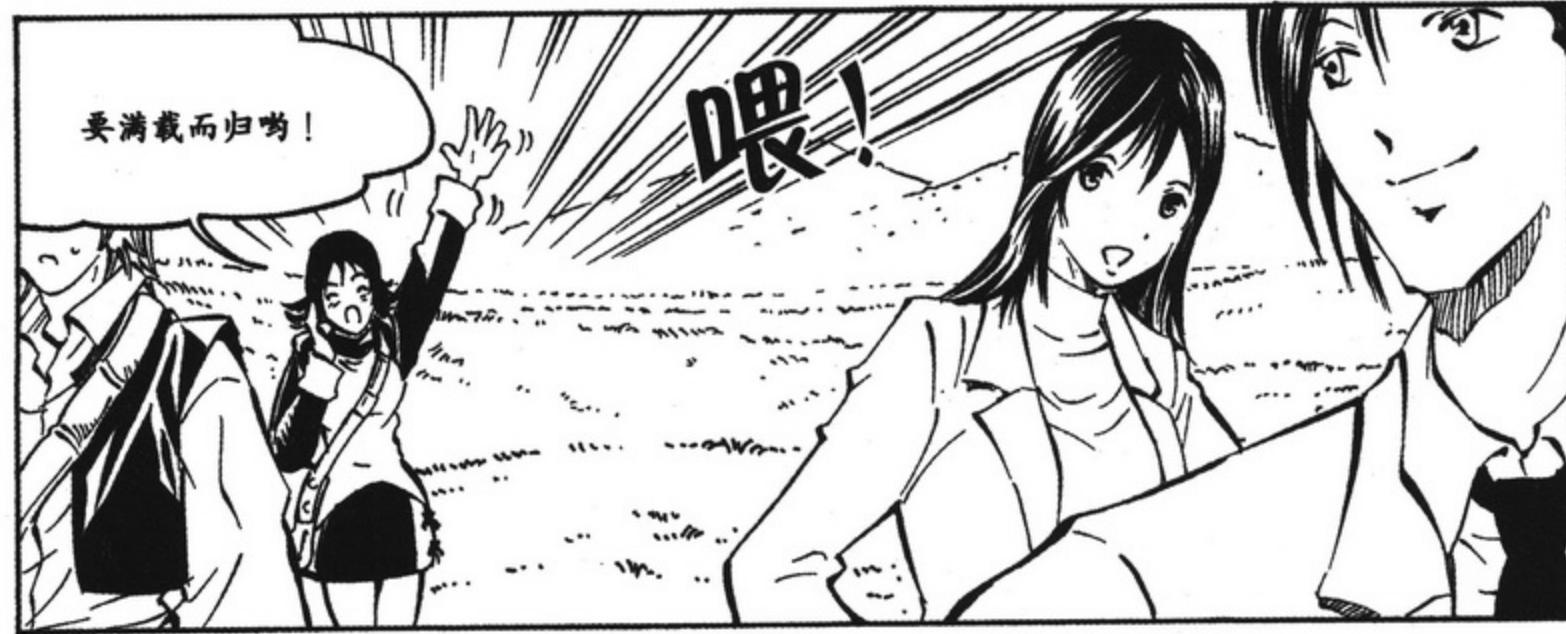
通过极坐标可以很快求到位相差。  
用它来计算与位相差有关的电路时最简便。

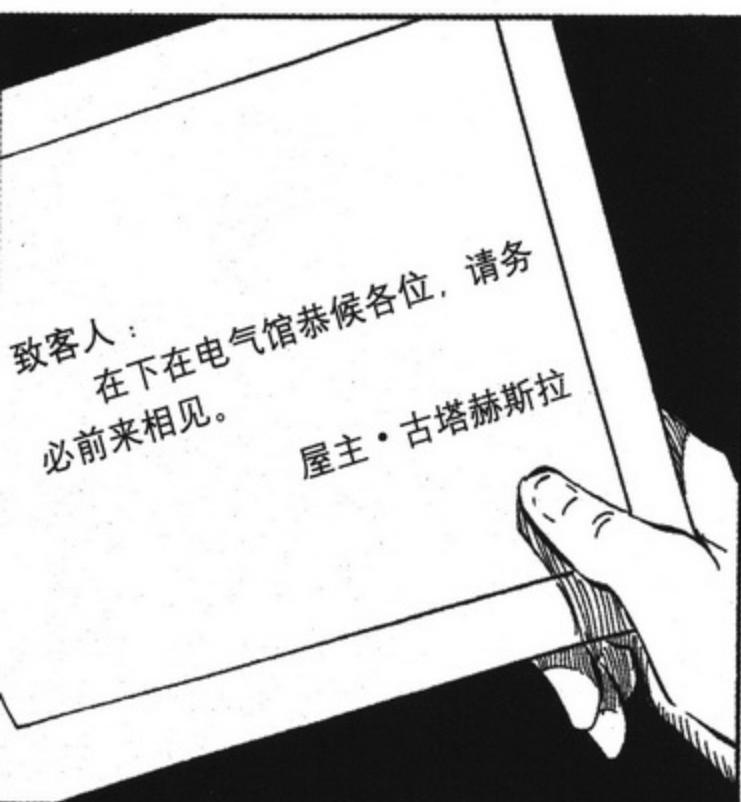
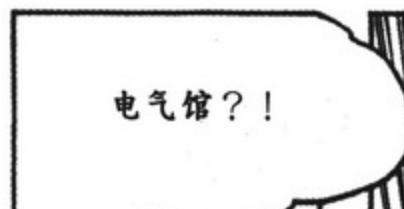


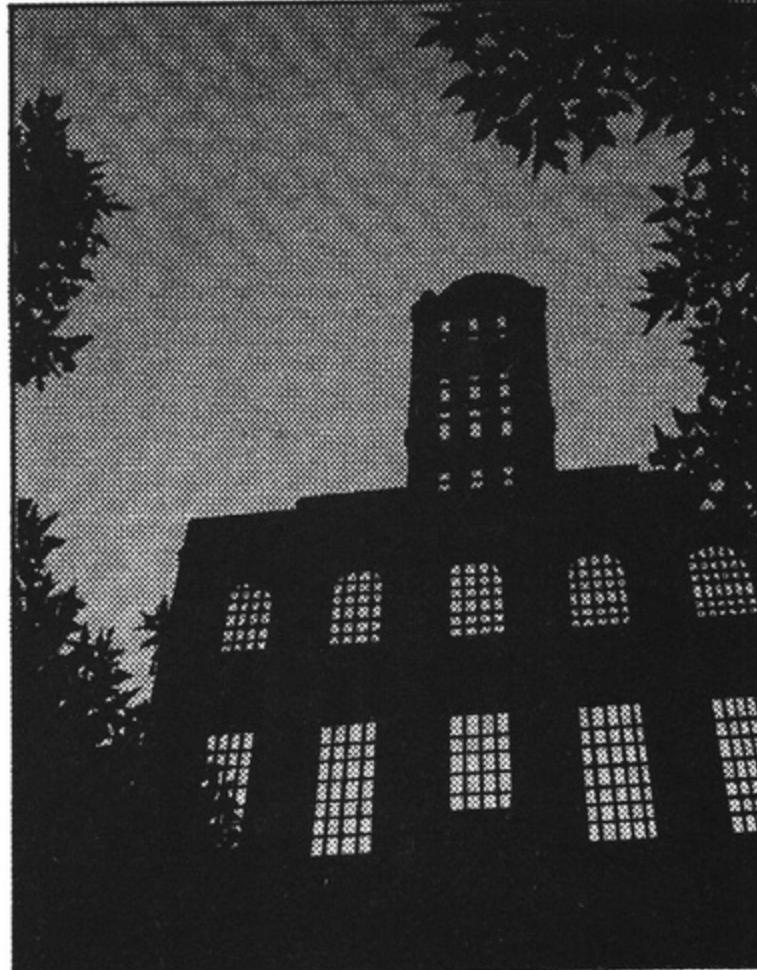
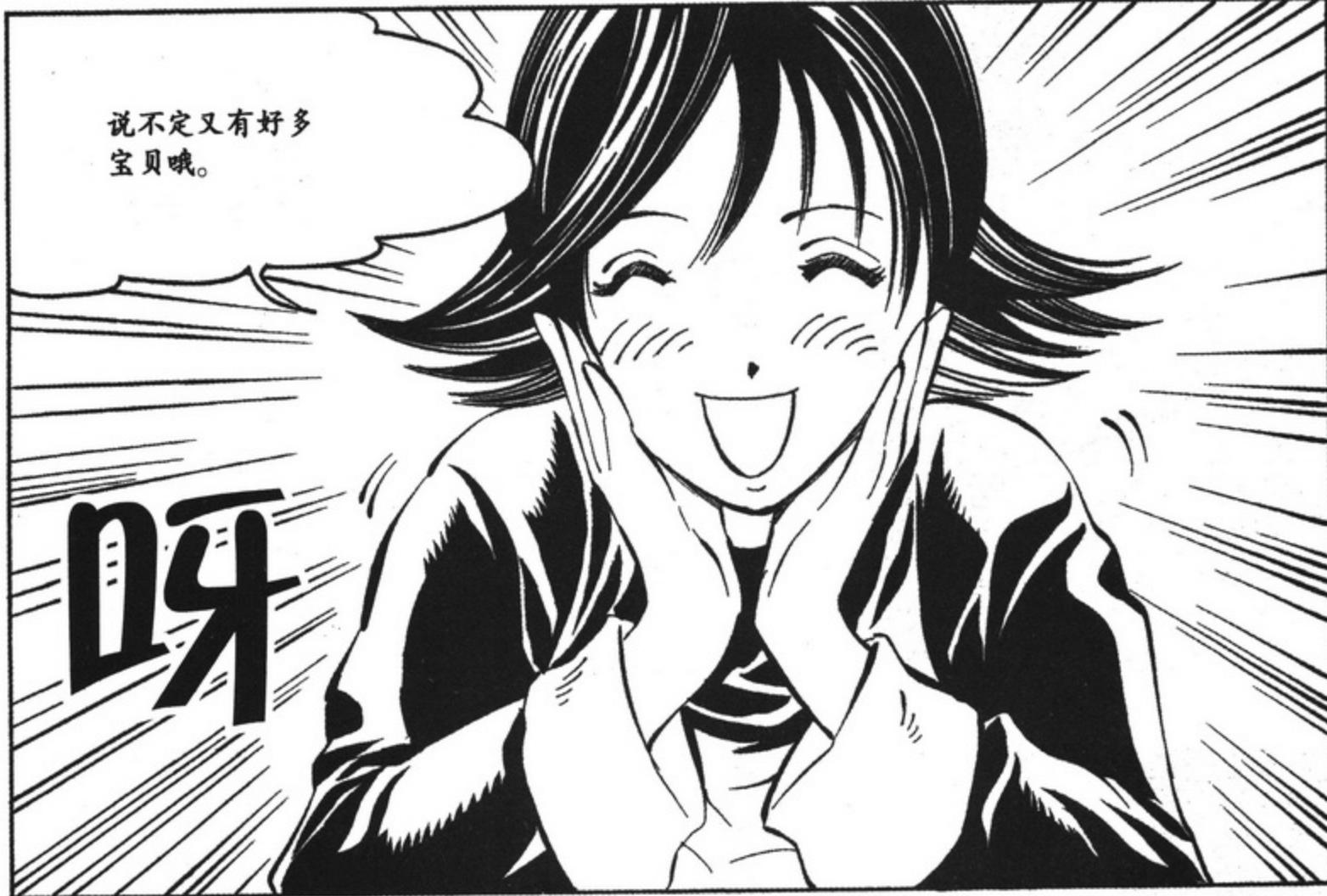
由于是计算题，所以当然是用静止向量简便。总之，最佳做法就是根据不同情况使用不同的计算方法。

## 4. 阻抗和导纳





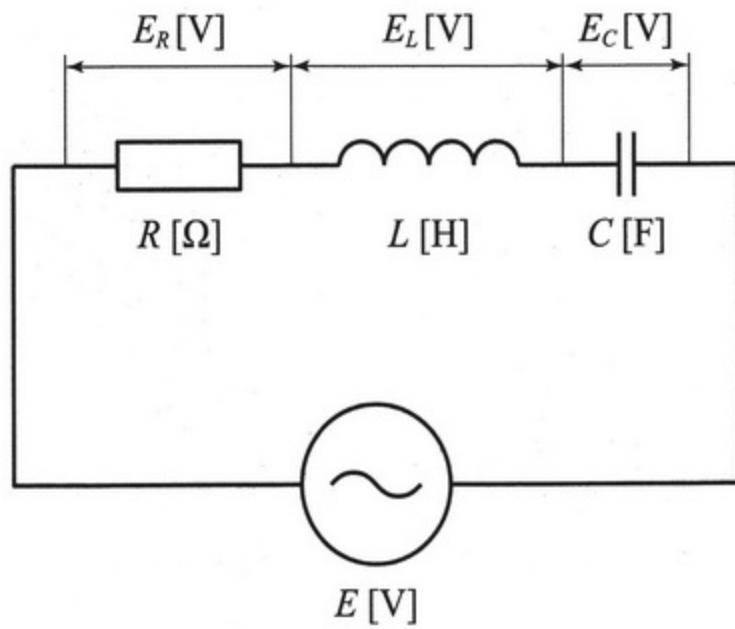






请分别求出下面电路中的电压  $E_R$ 、 $E_L$ 、 $E_C$ 。

以及该电路的合成电阻。



请那边两个年轻人回答！

因为其他人看上去不是这儿的居民。



啊  
哈  
哈

唉……这俩人又回到  
4级水平了。

叫  
当

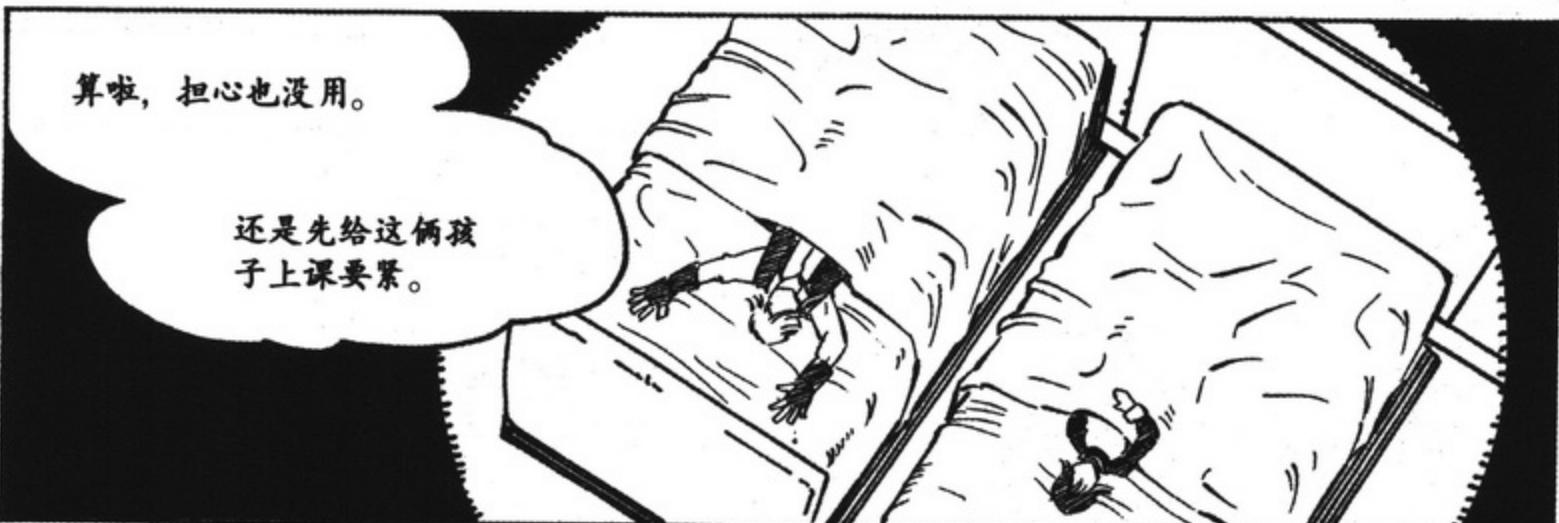


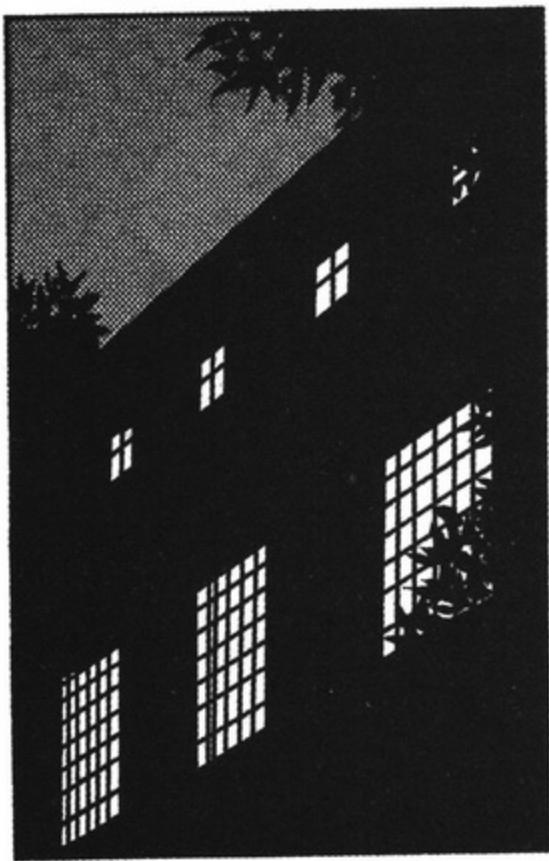












## ● 电 感



交流电源里不是连着线圈吗？线圈有电感（自感应），电流变化时，电压产生以便消除电感。再加上还连着电容，电流朝着与电压变化的反方向流动不是吗？呀！脑袋一团乱了……



没想到啊！休斯要是被难倒了，我也只有跟着倒下的份呢。

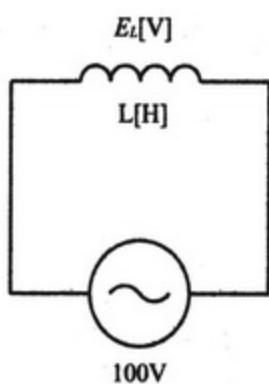


的确是不好对付啊！

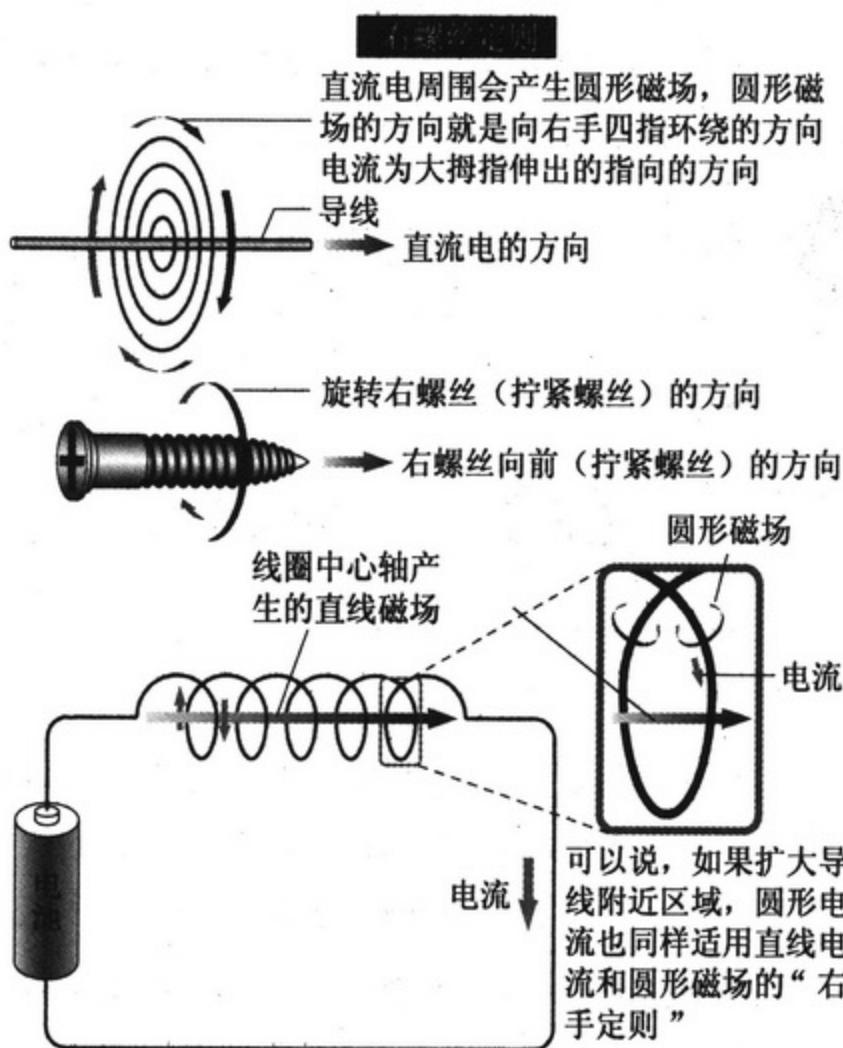


好吧，我们就学学交流电路的线圈和电容的性质。如果是只有电阻的电路，那它和直流电路其实是一样的，很简单。

那么首先来学连接线圈的交流电路。线圈的性质你们都知道对吧，那就看看交流电路中线圈是如何工作的。首先从电感开始。就刚才的问题，我们做一个只有线圈的闭合电路。



根据安培的“右手定则”，电流流经导线时产生磁场，同理，经过线圈时也会产生磁场。磁场和电场相互依存。有电流的地方就有磁场，反之亦然。



知道电磁波吧？它就是电场和磁场交替出现时发生的一种现象。还有一点就是，电流变化磁场也会变化。



磁场变化说明磁场中导线在动。此时，线圈为了消除磁场变化而使自身产生感应电压。这就是自电磁感应。这种现象叫法拉第电磁感应定律，用公式表示为：

$$e = N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} [\text{V}]$$

该自电磁感应作用的强度可以用数值表示，亦即表示电流的变化会引起多大的感应电动势。也就是说，电流每秒钟产生 1A 的变化时会产生 1V 的感应电动势，此时线圈的自电磁感应强度为 1H（亨[利]）。自电磁感应的强度叫自感，简称自感，自感符号为  $L$ 。用公式表示如下：

$$\text{磁通量 } \phi [\text{Wb}] = L [\text{H}] \times I [\text{A}]$$

即，磁通量  $\phi$  因为和电流  $I$  成正比，所以此时它是比例常数。如再加入线圈的匝数，则有：

$$\text{磁通量 } \phi [\text{Wb}] = N [\text{匝数}] \times L [\text{H}] \times I [\text{A}]$$

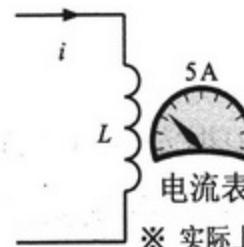
所以，接入交流电源的线圈为了消除该电源的电流变化于是产生电动势。这就叫自电磁感应电动势。



是不是说，它会像电阻那样根据需要适时变化？

- ① 线圈……      ② 电流变化时……      ③ 产生电压以防止电流变化

- ④ 但是，变化完成后作用消失



※ 实际上，线圈自身会储存能量，遇到电流变化时即释放能量



是的！不过不仅仅如此。电流最大时，恰好正是电流开始从增加转向减少之时，即电流此时无变化，所以这时的电动势为 0。另外，交流电流为 0 时，也就是电流变化最大之时，线圈的电动势也最大。我们看下一页的图示。

能看懂吧？这里位相落后了  $\frac{\pi}{2}$ 。此时线圈产生的电动势可用下面的公式求得。我们用  $t$  表示时间。

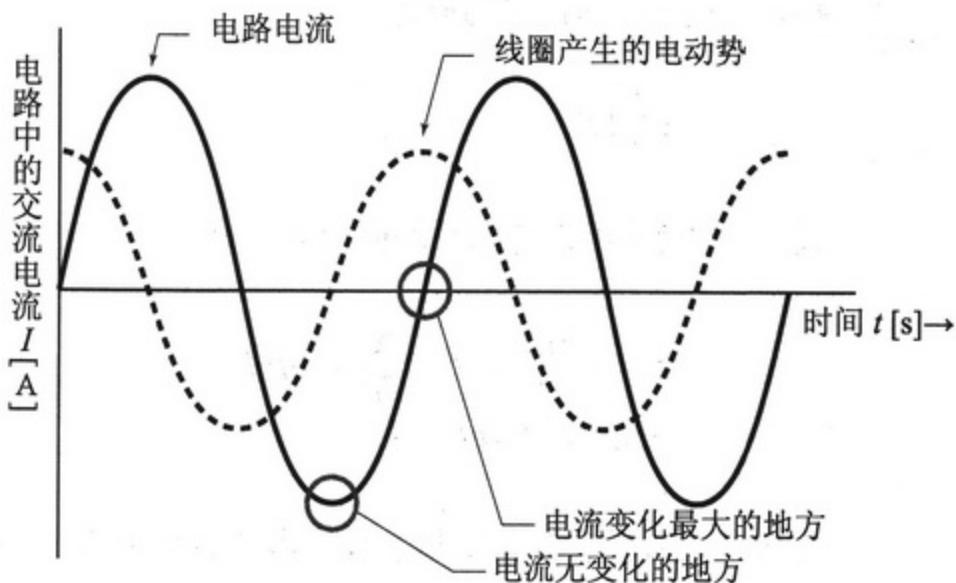
$$E_L = L \times \frac{\Delta i}{\Delta t}$$



$\frac{\Delta i}{\Delta t}$ 不是微分吗？我还没学到呢。



没关系！休斯记住就好。



## ● 感应电抗



正如刚才科斯莫所说，线圈在交流电路中类似于电阻的作用。比如图中的这个电路，如果向线圈施加正弦波电压  $e$ ，正弦波电流  $i$  会如何呢？



正弦波电流  $i$  由于随时间  $t$  变化而变化，所以线圈会产生自感电动势  $E_L$ 。



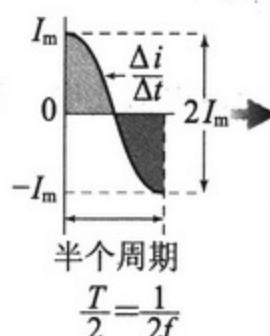
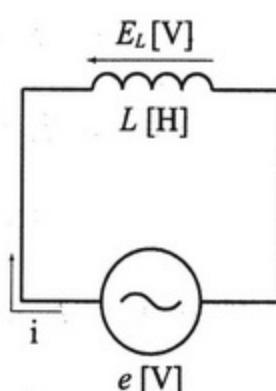
正确！该线圈产生的电动势用公式表示如下：

$$E_L = L \times \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

所以  $E_L$  和微小时间内的电流变化率成正比。

再看这幅图。半个周期中，最大电流从  $I_m$  变为  $-I_m$ 。所以，由  $I_m - (-I_m)$  得到变化量为  $2I_m$ 。又因为半个周期为  $\frac{1}{2f}$ ，所以电流变化比例的平均值为：

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{2I_m}{\frac{1}{2f}} = 4fI_m$$



$$\begin{aligned} \text{每秒变化的平均值} &= \frac{\text{电流变化量}}{\text{半周期}} \\ &= \frac{2I_m}{\frac{1}{2f}} = 4fI_m = \frac{\Delta i}{\Delta t} \\ \text{② } L \text{ 的自感电动势的平均 } E_L &= E_L = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 4fLI_m \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{电压的平均 } E_a &= \frac{2}{\pi} E_m \\ L \text{ 的电动势 } E_L &= L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 4fLI_m \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{2}{\pi} E_m &= 4fLI_m \\ E_m &= 2\pi fLI_m \\ &= \omega LI_m \\ \omega &= 2\pi f \quad X_L = \omega L = \text{感应电抗} \end{aligned}$$



接着，由于电压的平均值为：

$$\left(\frac{2}{\pi}\right) E_m$$

设， $L$  的感应电动势的平均值为  $E_L$ ，则

$$E_L = \frac{2E_m}{\pi} = L \times \frac{\Delta i}{\Delta t} = 4fLI_m$$

$$\therefore E_m = 2\pi f L I_m$$

这次我们假设它为有效值。设，电压有效值为  $E$ ，电流有效值为  $I$ ，因有效值是最大值  $E_m$  的  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，所以

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f L I_m}{\sqrt{2}} = 2\pi f L I$$

又因为  $2\pi f$  即角速度  $\omega$ ，所以

$$E = \omega L I$$

再设  $\omega L$  为  $X_L$ ，于是得

$$E = X_L I$$

该  $X_L = \omega L$  叫感应电抗，单位  $[\Omega]$ ，与电阻相同。用向量表示如下：

$$\dot{E} = jX_L I = j\omega L I$$

表示因电流带  $j$ ，所以电流比电压只慢了  $\frac{\pi}{2}$  个位相。

## ● 静电电容



下面讲电容。休斯，你来说说电容有什么特点？



电容的最大特点是不是能储存电荷？



是的。电容的结构如右图所示。电容在直流电源时如达到静电容量上限，电流会渐渐流失；而在交流电源时，正负电荷相互轮换，电流流动。当然，电容的电极间的电子不会互相交替。此时，用  $Q[C]$ (库仑) 表示储存在电容里的电荷。该电荷与电容端子间的电位差  $E$  与  $Q$  的关系反映如下：

$$Q[C] = CE$$

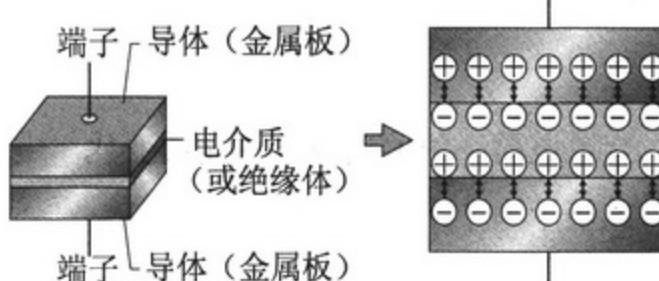
公式中的  $C$  为比例常数，表示静电容量，单位 [F] (法拉)。

电容的作用是阻碍电压变化，静电容量的电流  $i_c$  的公式如下：

$$i_c = C \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

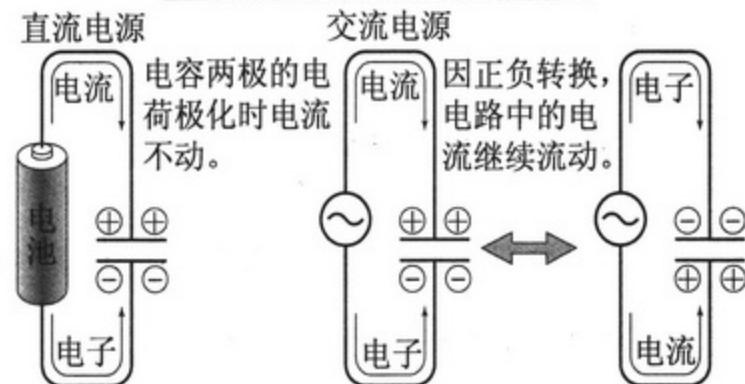
即，电流与电容  $C$  两端的电压变化成正比，电流流通以阻碍电压变化。

### 电容的一般构造和蓄电原理



向电容的端子间施加电压时，夹在中间的电介质产生电介质极化现象，于是集中至导体的电荷得以保存。电压消失后，电子游离开导线，极化现象也随之消失。

### 电容与电流的流动

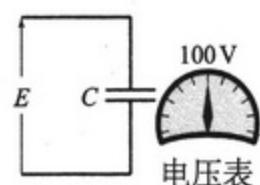


## ● 容量电抗

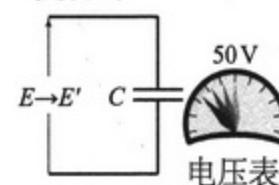


正弦波交流连接电容后会发生什么反应也是我们要考察的。这是正弦波电流通过静电电容  $C$  时的状态。

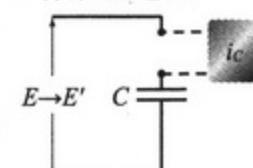
① 电容……



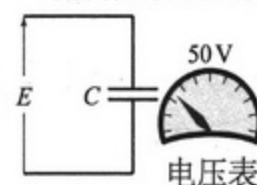
② 电压发生  
变化时……



③ 为了阻碍电压变化  
释放出电流



④ 但是，变化一旦结束  
电容作用也就消失



\* 实际上，电容自身会储存能量，遇到电压发生变化时即释放能量。

此时电容中储存着电荷  $q$ , 公式表示为 :

$$q = CE = CE_m \sin \omega t$$

交流电荷  $q$  的值随时间变化而变化。电容为阻碍两端电压变化而释放电流。用公式表示为 :

$$i_c = C \times \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

现在请你们回想一下刚才讲过的感应电抗。自感应电动势  $E_L$  是 :

$$E_L = L \times \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

还记得吧? 与它类似, 这里只是将  $E_L$  换成流入电容的电流  $i$ 、 $\Delta i$  换成  $\Delta q$ 。要注意电荷  $q = CE$ , 则

$$i = C \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

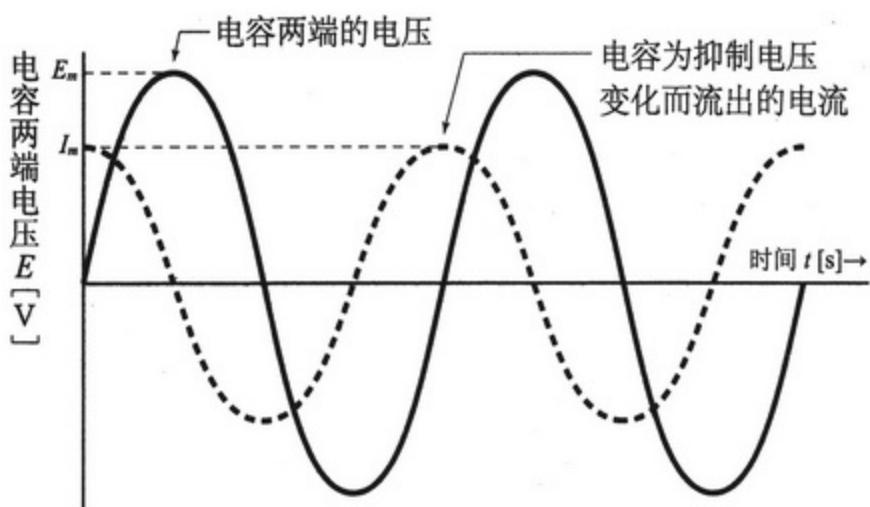
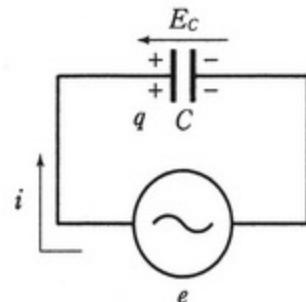
所以, 同  $L$  的公式一样, 电荷  $q$  比电流  $i$  慢了  $\frac{\pi}{2}$ 。即, 电流  $i$  比电荷  $q$  前进了仅  $\frac{\pi}{2}$  个位相。而且出现了位相差。



还是微分啊。那积分呢?



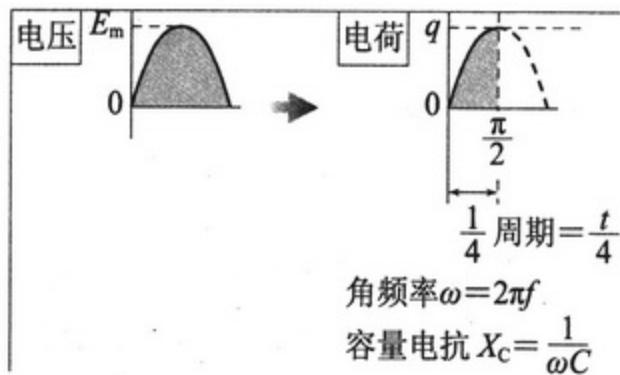
电容到这还没结束啊, 再来看  $C$  的电路电压和电流。用数学公式表示如下:



$$\text{电压 } e = E_m \sin \omega t$$

$$\text{电流 } i = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

我们思考一下这个电路的电压和电荷的情况。看图。



我们看到这是  $\frac{1}{2}$  个周期， $C$  从 0 开始又变回 0，不方便计算，所以我们取  $\frac{1}{4}$  个周期来看。 $\frac{1}{4}$  周期就是  $\frac{1}{4f}$ ，因此电荷每秒钟的变化如下：

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{CE_m}{\frac{1}{4f}} = 4fCE_m$$

因为电流  $i$  的平均值为  $\frac{2I_m}{\pi}$ ，所以，

$$I_a = \frac{2I_m}{\pi} = C \frac{\Delta q}{\Delta t} = 4fCE_m$$

$$\therefore I_m = 2\pi fCE_m$$

整理后如右表。

再将它变为有效值，得

$$I = 2\pi fCE = \omega CE = \frac{E}{X_c}$$

$$\omega C = \frac{1}{X_c}$$

即，

$$\frac{1}{\omega C} = X_c$$

这就是容量电抗，也用  $[\Omega]$  表示。用向量表示为：

$$\dot{E} = -jXcI = -j\frac{1}{\omega C}I$$

由于带  $-j$ ，所以电流比电压只前进了  $\frac{\pi}{2}$  个位相。

电荷的变化与电流值

时间	$0 \sim \frac{\pi}{4}$
电荷的变化量	$0 \sim CE_m$
平均变化量	$\frac{CE_m}{\frac{T}{4}} = 4fCE_m = I_a$
电流平均值	$I_a = \frac{2I_m}{\pi}$
电流最大值	$I_m = \frac{\pi}{2} I_a = 2\pi fCE_m$
有效值	$I = 2\pi fCE = \omega CE = \frac{E}{X_c}$



哪来这么多电抗啊……



这才刚刚正式开始哦！交流电路中，我们因欧姆定律而熟悉的公式在这儿稍微有所变化。

由  $E=IR$ ，得到  $\dot{E}=\dot{I}\dot{Z}$ 。

这里的  $\dot{Z}$  称为阻抗，是和感应电阻与容量电阻相关的数值。单位当然也是  $[\Omega]$ 。还有一个要记住，阻抗  $\dot{Z}$  的倒数  $\dot{Y}$ ，叫做导纳。

导纳公式为：

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = g + jb [S]$$

表示电流流通的容易性，单位  $[S]$ （西门子）。这里的实数部分  $g$  为电导，虚数部分  $b$  为电纳。我们还必须弄清楚交流电路中的电压和电流会因线圈或电容产生多少位相差。



积分之前还是得先学向量啊！



电导、电纳、电……

## 5. 向量和相位差

交流电路要用到线圈  
和电容，

于是就出现了“相位差”这个物理量。说到这，我又不得不提“向量”。

啊……



你们知道， $L$  和  $C$  在电路内时电压和电流中会产生相位差。



也就是说，我们必须计算出  $\sin$  成分和  $\cos$  成分的和。



这个我用向量来加以说明会更容易理解。





这是一个交流电源上并联  $R$  和  $L$  的电路。仔细看向量图。我们把电流的向量作为基准。设电流  $i$ , 电阻  $R$  的电压  $e_R$  和电流同相位, 因此,

$$e_R = R_i$$

线圈的  $L$  的电压  $e_L$  比电流的相位前  $\frac{\pi}{2}$ , 因此,

$$e_L = j2\pi f L_i$$

这两个电压的和  $e$  即为:

$$e = e_R + e_L = (R + j2\pi f L) i$$

此时设电流为  $\dot{I}$  (实际上  $\dot{I} = I_m \sin 2\pi f t$ )、电压为  $\dot{E}$ , 根据欧姆定律可知:

$$\dot{E} = \dot{Z} \dot{I}$$

此时  $\dot{Z}$  为:

$$\dot{Z} = R + j2\pi f L$$

由此得出有含相位信息的电阻。此时,

$$\dot{E} = \dot{Z} \dot{I} = (R + j2\pi f L) \dot{I}$$

电阻  $R$  的电压  $\dot{E}_R$  为:

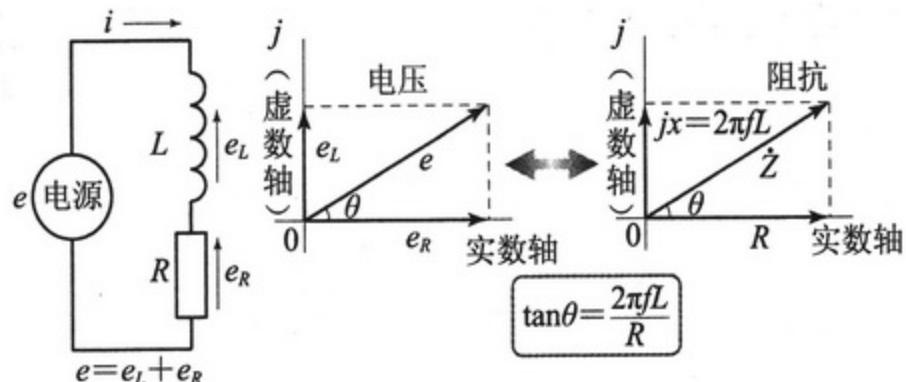
$$\dot{E}_R = R \dot{I}$$

线圈的电压  $L$  的电压  $\dot{E}_L$  为:

$$\dot{E}_L = j2\pi f L \dot{I}$$

以电流  $\dot{I}$  为基准时, 显然  $\dot{E}_L$  的相位在电流位相之前。设  $\dot{E}_R$ 、 $\dot{E}_L$  和  $\dot{E}$  的相位为  $\theta$ , 则可得:

$$\tan \theta = \frac{2\pi f L}{R}$$



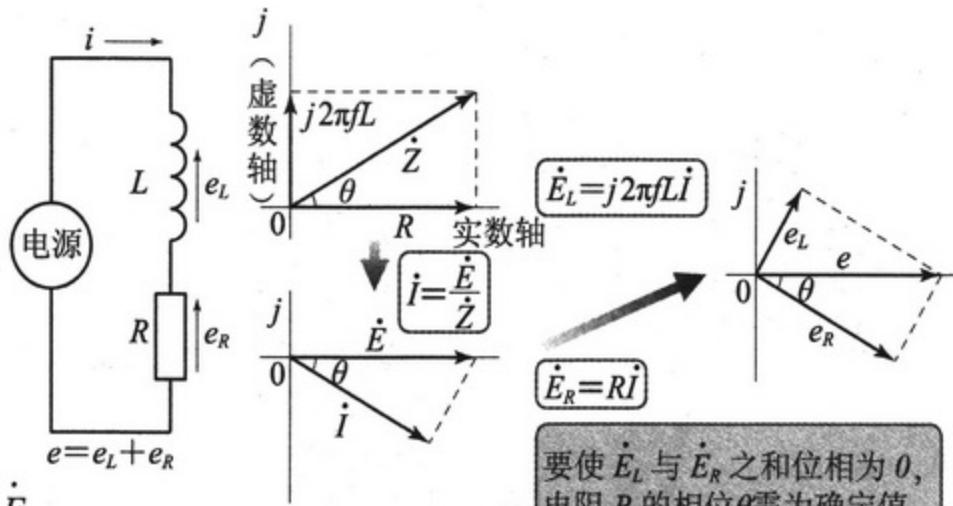
$$\tan \theta = \frac{2\pi f L}{R}$$



这次我们以电压为基准再看。

假设相位的基准为  $\dot{E}$ , 此时电流  $\dot{i}$  为:

$$\begin{aligned}\dot{i} &= \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{\dot{E}}{R + j2\pi fL} \\ &= \frac{(R - j2\pi fL)\dot{E}}{(R + j2\pi fL)(R - j2\pi fL)} \\ &= \frac{(R - j2\pi fL)}{R^2 + (2\pi fL)^2} \dot{E}\end{aligned}$$



要使  $\dot{E}_L$  与  $\dot{E}_R$  之和位相为 0, 电阻  $R$  的相位  $\theta$  需为确定值。

即, 以  $\dot{E}$  为基准时, 设  $\dot{i}$  的相位为  $\theta$ , 则得出:

$$\tan \theta = -\frac{2\pi fL}{R}$$

由此可知电流  $\dot{i}$  相对于电压  $\dot{E}$  相位  $\theta$  滞后。

电流量如下表示:

$$|\dot{i}| = \frac{\dot{E}}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}} = \frac{\dot{E}}{|\dot{Z}|}$$

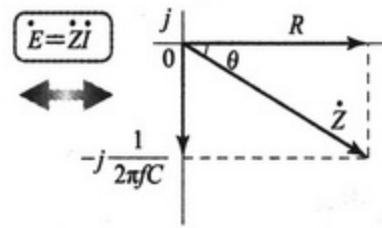
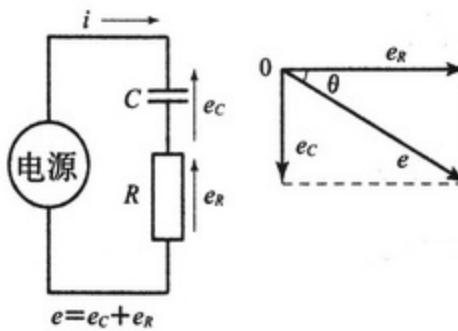
这就是通过向量分析看到的  $RL$  电路。





看图。该电路的阻抗  $\dot{Z}$  为

$$\dot{Z} = R + \frac{1}{j2\pi fC} \\ (= R - j\frac{1}{2\pi fC})$$



我们接上交流电源  $I$  再看。此时电压  $E$  和其绝对值为：

$$\dot{E} = \dot{Z}\dot{I} = \left(R - j\frac{1}{2\pi fC}\right)\dot{I} \\ |\dot{E}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}|\dot{I}| = |\dot{Z}||\dot{I}|$$

$R$  与  $C$  两端产生的电压  $E$  的相位  $\theta$  为：

$$\tan\theta = -\frac{1}{2\pi fRC}$$

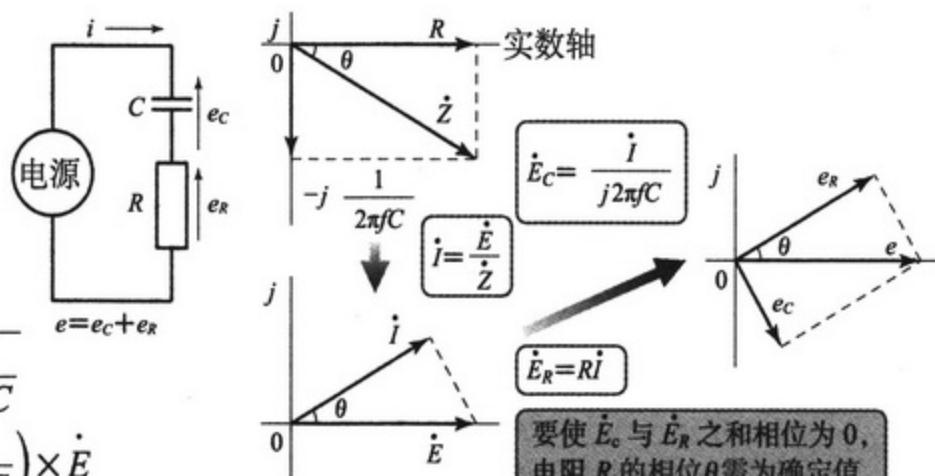
于是可知  $E$  只比  $I$  滞后相位  $\theta$ 。



这是以电压为基准的向量图。

相位基准定为电压  $E$  时，电流  $I$  为：

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{\dot{E}}{R - j\frac{1}{2\pi fC}} \\ = \frac{\left(R + j\frac{1}{2\pi fC}\right) \times \dot{E}}{\left(R - j\frac{1}{2\pi fC}\right) \left(R + j\frac{1}{2\pi fC}\right)} \\ = \frac{R + j\left(\frac{1}{2\pi fC}\right)}{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \times \dot{E}$$



要使  $\dot{E}_c$  与  $\dot{E}_R$  之和相位为 0，电阻  $R$  的相位  $\theta$  需为确定值

设以电压  $E$  为基准是电流  $I$  的相位为  $\theta$ ，则：

$$\tan\theta = \frac{1}{2\pi fRC}$$

于是可知  $i$  仅比  $E$  超前相位  $\theta$ 。如再设

$$2\pi f = \omega$$

那么公式就变得很简单啦。



怎么样，休斯！？都理解了吗？



啊！还不太自信……



没关系！慢慢就会习惯的！



我想我倒更愿意去跳舞……



## 第二天……



终于到旅店主人出的题啦。学到现在应该没问题吧。那么早餐就等题答完了再吃。



拜托别给我这么大压力嘛。空着肚子怎么作战呐！



说什么呢！饭吃多了还犯困呢！行了，快点吧，这个电路的电压  $E_R$ 、 $E_L$ 、 $E_C$  和它的合成电阻  $Z$  都要求出来。



啊！空肚子难受啊。我还是长身体的时候呐……



吃饱了你还能快速答完吗？现在可是牵动所有人命运的时刻！



知道了。这是一个串联电路，那么就要从通过的电流  $\dot{I}$  出发对吧。设图上各个元件的电压分别为  $\dot{E}_R$ 、 $\dot{E}_L$ 、 $\dot{E}_C$ 、 $2\pi f$  为  $\omega$ ，则：

$$\dot{E}_R = \dot{I}R, \dot{E}_L = j\omega L\dot{I}, \dot{E}_C = -j\frac{\dot{I}}{\omega C}$$

$$\dot{E} = \dot{E}_R + \dot{E}_L + \dot{E}_C$$

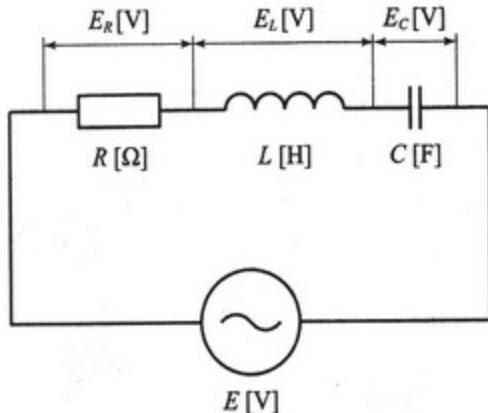
所以，如设电路的总电阻为  $Z$ ，那么

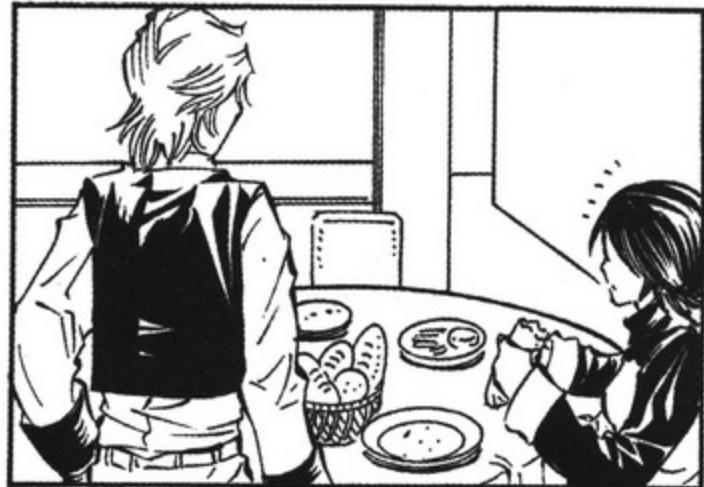
$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \frac{\dot{E}_R + \dot{E}_L + \dot{E}_C}{\dot{I}} \\ &= \frac{jR + j\omega L\dot{I} - j\frac{\dot{I}}{\omega C}}{\dot{I}} \\ &= R + j\omega L - j\left(\frac{1}{\omega C}\right) \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\end{aligned}$$

对吗？

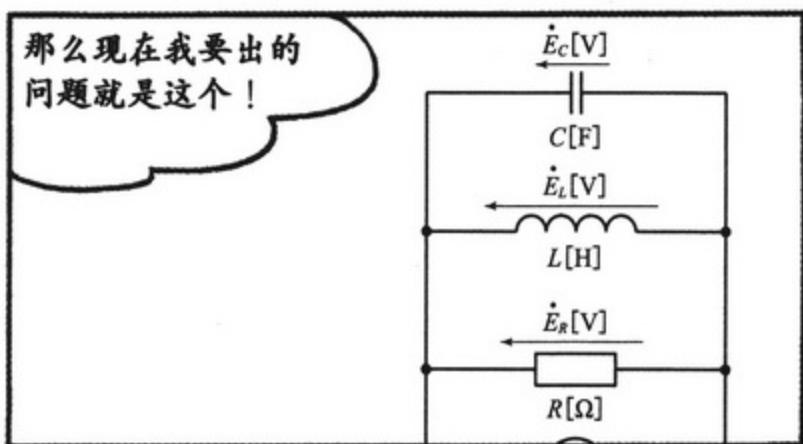


嗯。对啦！吃饭去吧！











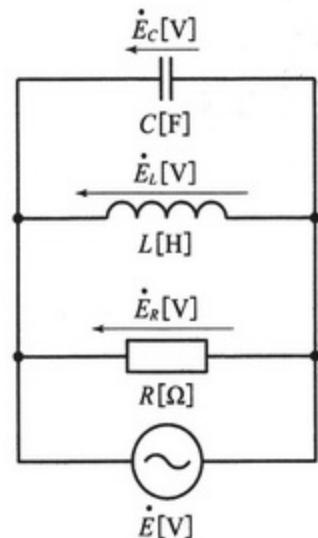
咦？是并联电路？



不用担心。并联电路的话就以电流为中心开始入手。



休斯，交流的并联电路和直流的并联电路道理上几乎一样。这道题我们如果用阻抗的倒数——导纳来解的话，要比用阻抗做起来更简单更快。



请分别求出此电路中流经  $R$ 、 $L$ 、 $C$  的电流和电路总电流及总电阻。如果都答对了，这些元件就会乖乖地回去工作的。



请问，我可不可以用  $\omega$  来表示  $2\pi f$ ？



可以。



此电路中，电压为  $\dot{E}$ ，所以可以分别设电流为  $\dot{I}_R$ 、 $\dot{I}_L$ 、 $\dot{I}_C$ ，可得：

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{E}}{R} [\text{A}]$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{E}}{j\omega L} = -j\left(\frac{\dot{E}}{\omega L}\right) [\text{A}]$$

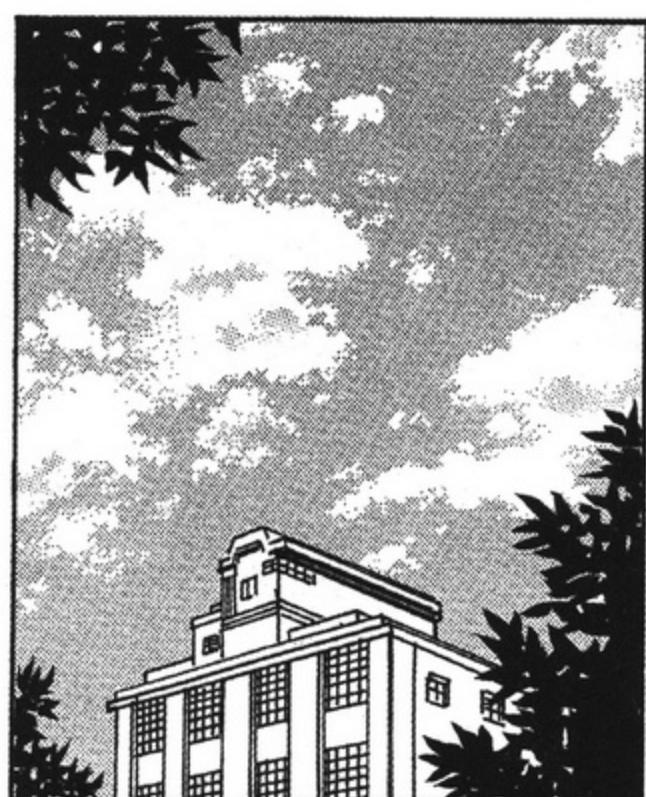
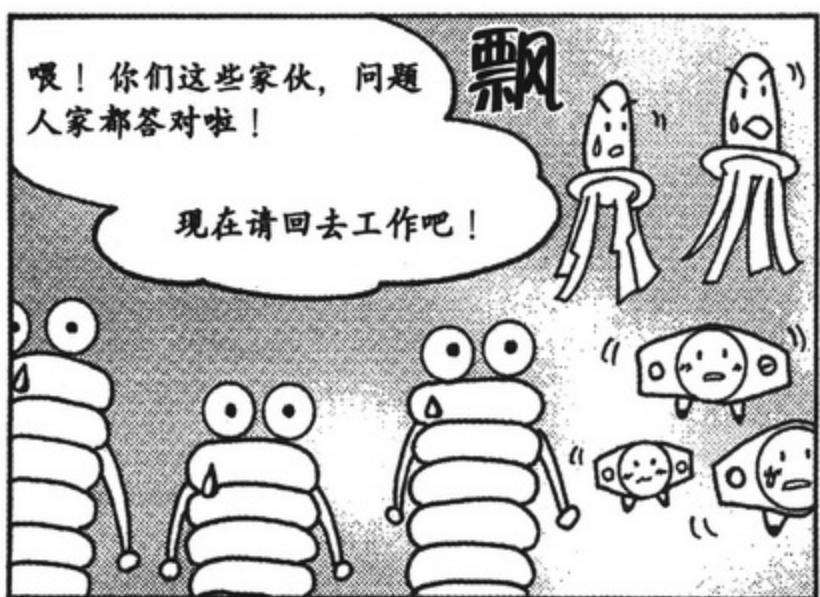
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}}{-j\frac{1}{\omega C}} = j\omega C \dot{E} [\text{A}]$$

那么总电流就应该是  $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$ ，即：

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R} - j\left(\frac{\dot{E}}{\omega L}\right) + j\omega C \dot{E} = \left[\frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right] \dot{E} [\text{A}]$$

根据  $\dot{Z} = \frac{\dot{E}}{\dot{I}}$  可得合成电路为：

$$\dot{Z} = \frac{\dot{E}}{\left[\frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right] \dot{E}} = \frac{1}{\left[\frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right]} [\Omega]$$



您的宝贝！

啊！

硬盘和 CPU 都被取走啦！

缺了重要的东西是吧？

既然这样，说明咱们还得向前进啊。

大概是吧……

不过，休斯达到了 6 级，

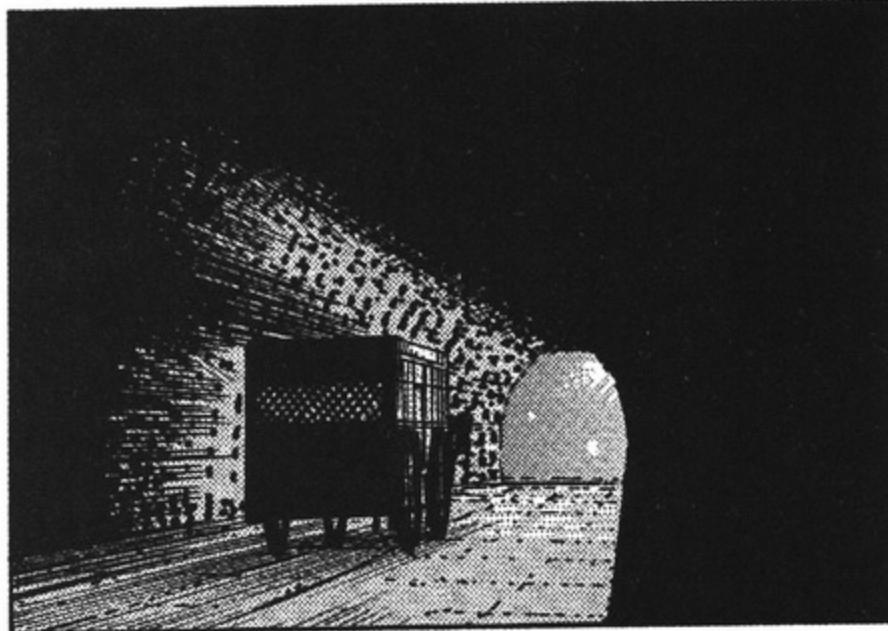
科斯莫达到 6 级又赚足了  
3 年的学费。

耶 好多

我呢，也拿到了电脑  
主机，好事一连串啊！

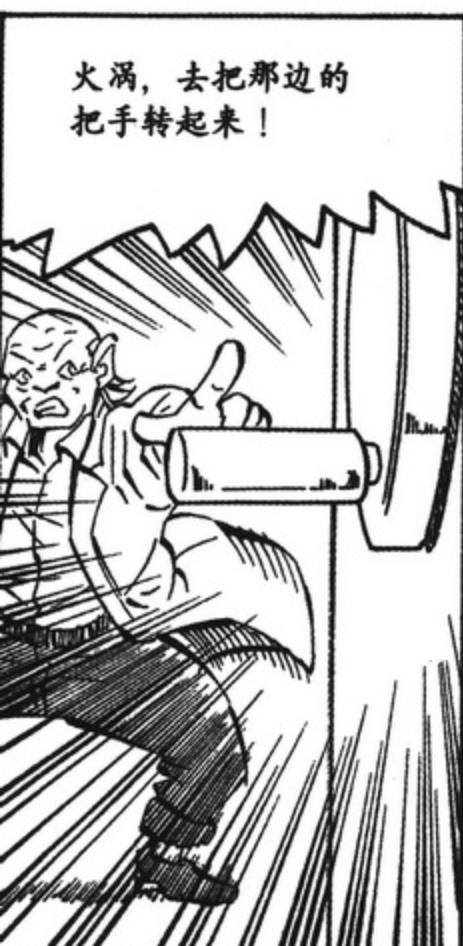
## 6. 交流电功率

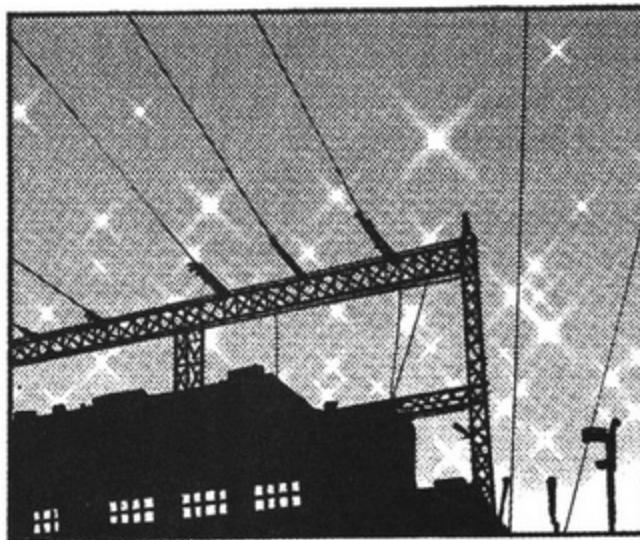
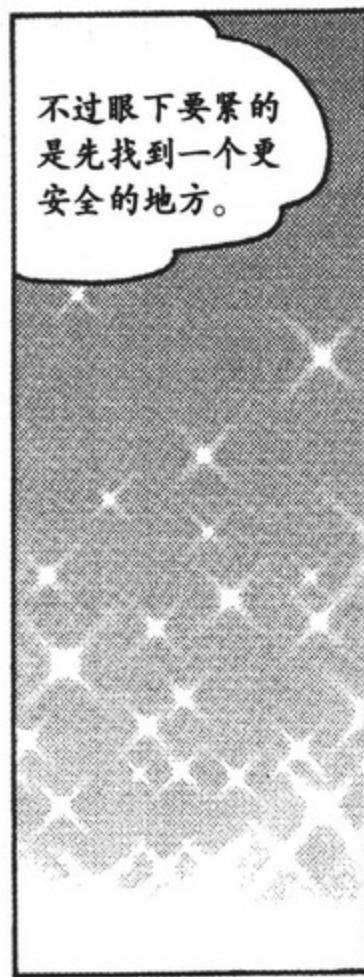


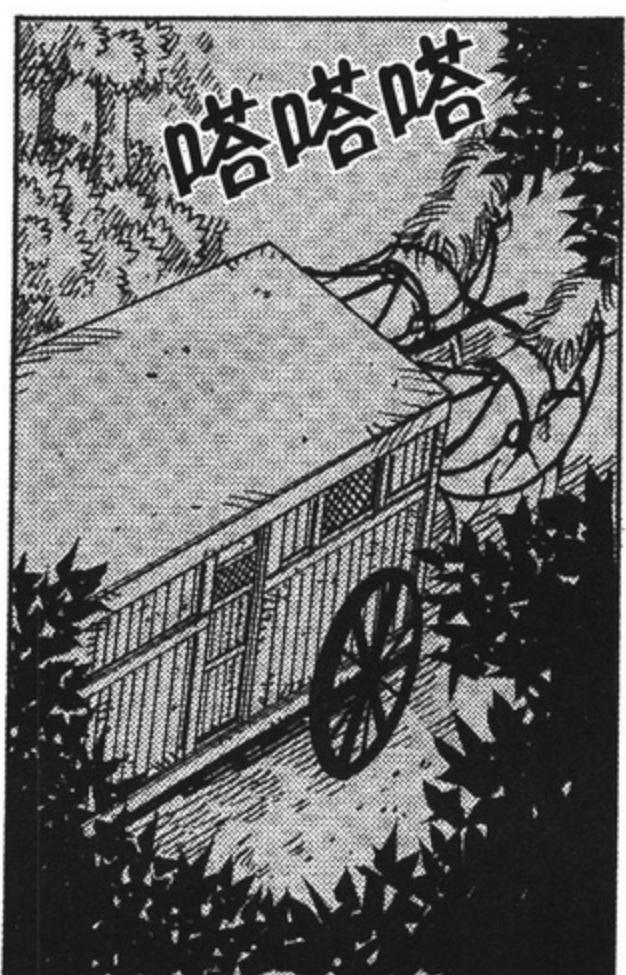


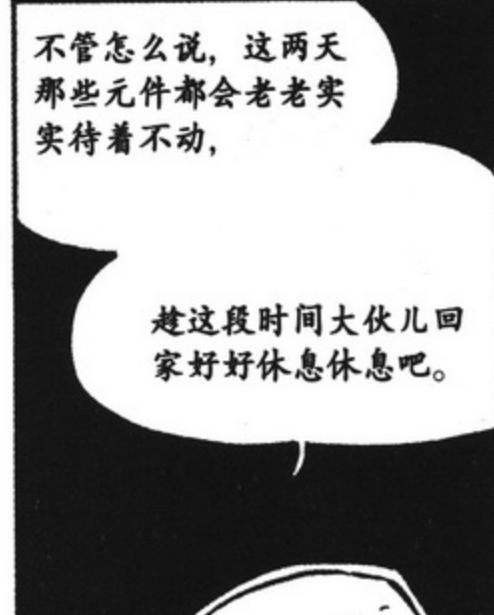
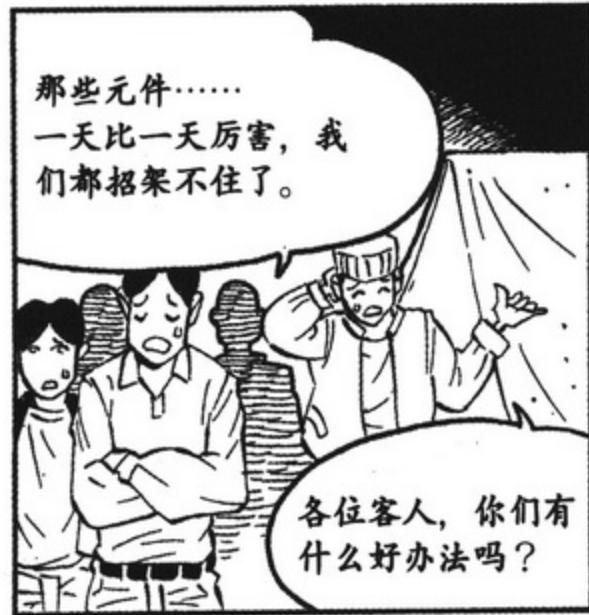




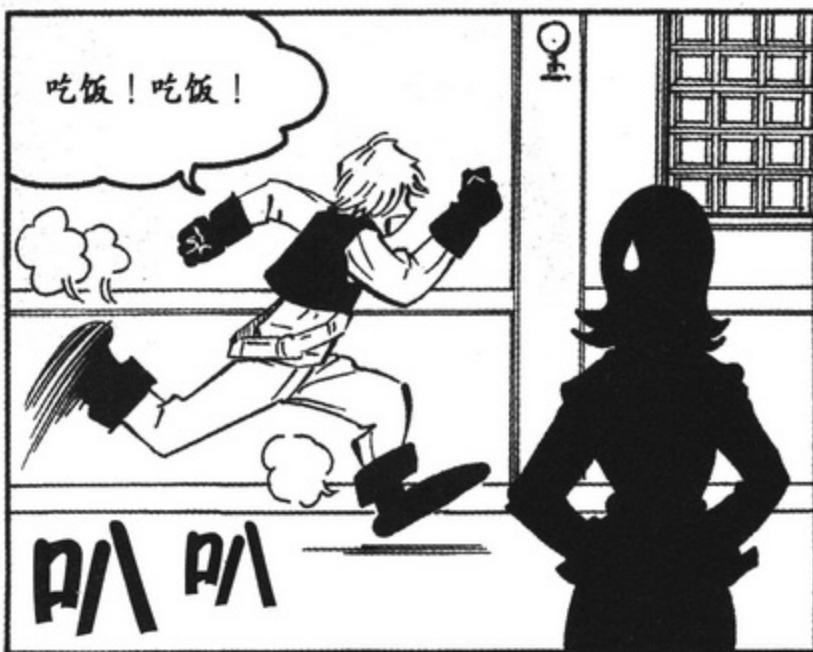












## ● 交流电功率的表达式



你们还记得吧？在讲直流电路的时候直流电功率  $P$  有一个公式是

$$P = EI \text{ [W]}$$

其中  $E$  为电压， $I$  为电流。在交流电中， $E$  和  $I$  同样随时间变化而变化。这里我们用小写的  $e$  和  $i$  表示。 $e$  和  $i$  变化，那么  $P$  自然也变化。在直流电路中不会发生的变化在交流电路中也会发生。接下来我们会讲到。

当正弦波电压  $e = \sqrt{2} E \sin \omega t$

正弦波电流  $i = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \theta)$

时，求电功率  $P=ei$ 。 $E$  和  $I$  为有效值。有三角函数公式：

$$\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2\sin A \sin B$$

这里的

$$A = \omega t$$

$$B = \omega t - \theta$$

有关三角函数的内容下一页会有总结，我们先记住这些。

### 交流电功率的计算公式

$$\begin{aligned} P &= ei = \sqrt{2}E \sin \omega t \times \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \\ &= 2EI [\sin \omega t \times \sin(\omega t - \theta)] \\ &= EI \cos \theta - EI \cos(2\omega t - \theta) \end{aligned}$$

从计算结果可知：

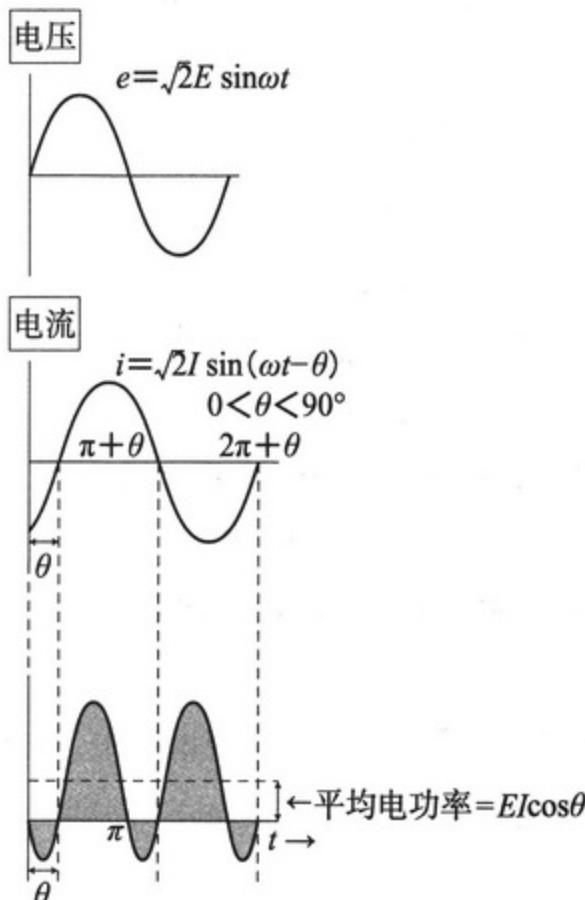
- ①  $EI \cos \theta$  不包括时间  $t$ ，所以不会变化。也就是说它是一个定值。
- ②  $EI \cos(2\omega t - \theta)$  中的  $2\omega t$ ，意为电压和电流的 2 倍频率的正弦波，所以 1 个周期的平均值为 0。（参照右图）

③ 瞬时的交流电功率为：

$$① - ②$$

所以得出：

$$P = EI \cos \theta \text{ [W]}$$

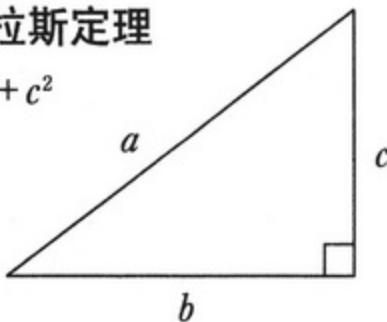


- ① 电功率以电压和电流的 2 倍频率变化
- ② 瞬时电功率  $P = \text{平均电功率} - \text{电功率的正弦波部分}$   

$$= EI \cos \theta - EI \cos(2\omega t - \theta)$$
  
 $\theta = 0 \text{ 得 } P = EI \cos \theta, \theta = 90^\circ \text{ 得 } P = 0$

## 毕达哥拉斯定理

$$a^2 = b^2 + c^2$$



## 加法定理

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

## 2倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (\text{加法定理})$$

$$= \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$\because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$= 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$



计算结果平均值 = 0，所以可得：

$$P = EI \cos \theta [W]$$

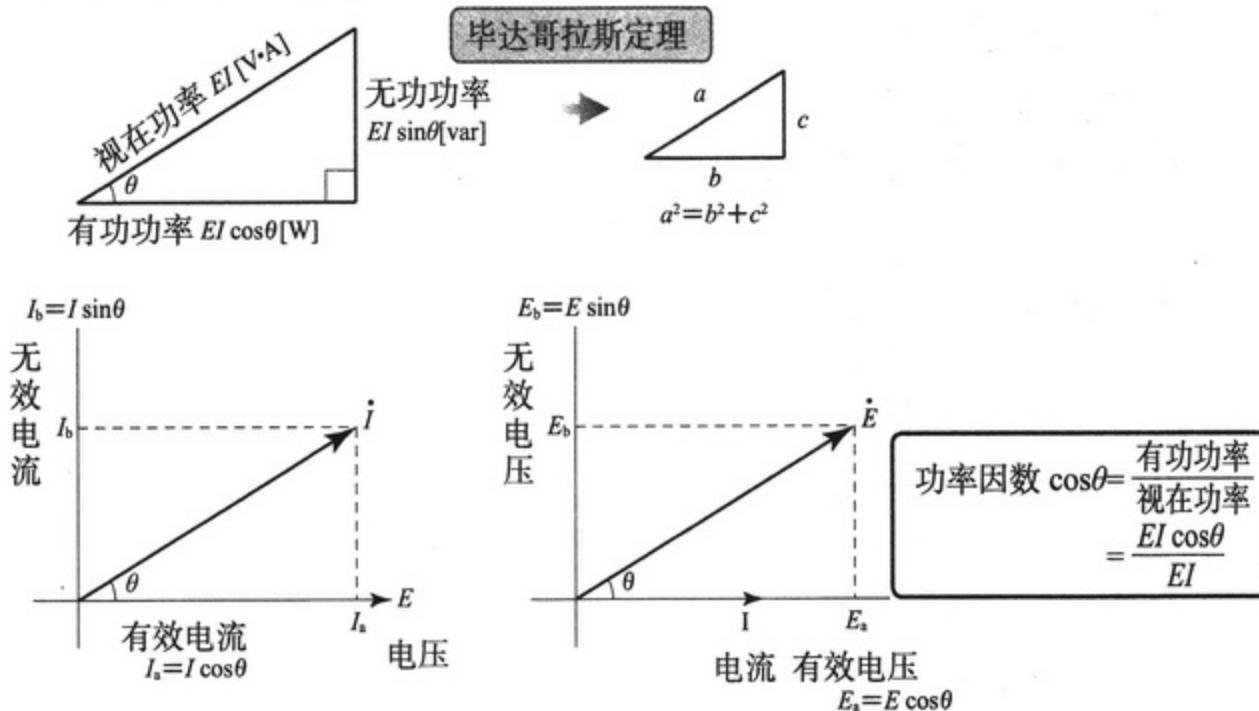
$\theta$  叫功率因数角， $\cos \theta$  叫功率因数。

现在开始进入问题。交流电路中，各种数值会因时间的变化而呈 + 或者 -。这都是由于电源和电路的负荷在不断地互换能量而引起的。

我们再进一步分析交流电功率。电功率即单位时间内电流所做的功，其本身无法分解，但是如果把它作为电路计算来进行数学上的分解，就能帮助我们加深对它的理解。



前面是关于交流电功率的内容概括。现在我们一边看图一边讲解。



$$EI = \text{视在功率}$$

$$EI \cos \theta = \text{电功率 } P \text{ (有时也叫有效功率)}$$

$$EI \sin \theta = \text{无功功率 } Q \text{ (单位 [var])}$$

电功率和无功功率成直角关系，于是就有了以下公式，即毕达哥拉斯定理。

$$( \text{视在功率} )^2 = ( \text{电功率} )^2 + ( \text{无功功率} )^2$$

于是得到交流电功率的分解图：

$$I \cos \theta = \text{有效电流 (电流的有效部分)}$$

$$I \sin \theta = \text{无效电流 (电流的无效部分)}$$

有效部分和无效部分也互为直角关系。

同样，电压分解图为：

$$E \cos \theta = \text{有效电压 (电压的有效部分)}$$

$$E \sin \theta = \text{无效电压 (电压的无效部分)}$$

最后求导出以下公式：

$$\text{功率因数} = \frac{\text{电功率}}{\text{视在功率}} = \frac{P}{EI} = \frac{EI \cos \theta}{EI} = \cos \theta$$

$$\text{电功率} = \text{电压} \times \text{有效电流} = \text{电流} \times \text{有效电压}$$

$$\text{无功功率} = \text{电压} \times \text{无效电流} = \text{电流} \times \text{无效电压}$$

在电气电路的计算中，根据具体情况灵活应用上述公式是非常重要的。

## ● 电功率和阻抗、功率因数之间的关系



下面我们来说说电功率和阻抗以及功率因数之间存在什么样的关系。

假设，给已有电阻  $r$  和电抗  $x$  的串联电路施加有效值  $E$  的正弦波电压，电流有效值为  $I$ 。又设电功率为  $P$ ，无功功率为  $Q$ ，那么以下关系成立：

$$P = EI \cos\theta$$

$$Q = EI \sin\theta$$

此外，电压关系也可表示如下：

$$E \cos\theta = rI$$

$$E \sin\theta = xI$$

$$E = ZI = \sqrt{(r^2 + x^2)} I$$

所以， $P$  和  $Q$  又可表示如下：

$$P = EI \cos\theta = I^2 r$$

$$Q = EI \sin\theta = I^2 x$$

由此可知电功率  $P$  被电阻  $r$  消耗，无功功率  $Q$  被阻抗  $x$  消耗。我们再用向量来表示电流  $I$ ：

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z} = \frac{\dot{E}}{Z\epsilon^{j\theta}} = \frac{\dot{E}}{Z} \epsilon^{-j\theta} \quad (\epsilon : \text{自然对数的底})$$

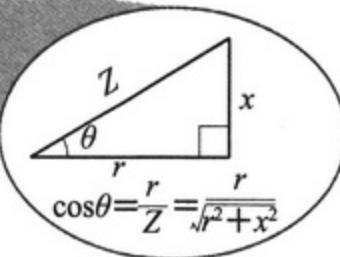
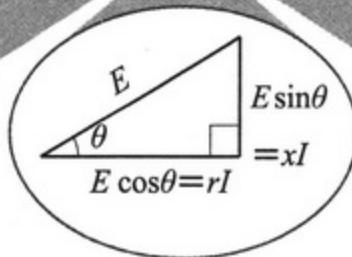
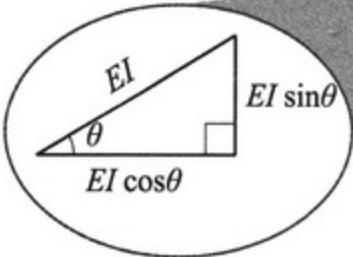
功率因数角  $\theta$  由阻抗  $Z$  决定。

设  $Z = r + jx$

$$\text{则得出: } \tan\theta = \frac{x}{r}, \cos\theta = \frac{r}{|Z|} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

所以，功率因数角  $\theta$  也可以叫做阻抗角。

$$\begin{aligned} P &= EI \cos\theta = I^2 r \\ Q &= EI \sin\theta = I^2 x \end{aligned}$$



## ● 电功率的向量式



接下来讲电功率的向量式。正弦波交流的电压和电流都可以用复数表示。那么电功率是否也可以呢？我们来看

$$\begin{aligned} \text{电压 } \dot{E} &= \sqrt{2}E e^{j\omega t} \\ \text{电压 } \dot{I} &= \sqrt{2}I e^{j(\omega t - \theta)} \end{aligned}$$

求电功率  $EI$

$$\begin{aligned} \dot{E}\dot{I} &= \sqrt{2}E e^{j\omega t} \times \sqrt{2}I e^{j(\omega t - \theta)} \\ &= 2EI e^{j(2\omega t - \theta)} \\ &= ??? \end{aligned}$$

错误

你们看，现在视在功率  $EI$  的 2 倍值等于 2 倍频率下位相差  $\phi$  的正弦波。



这个，没错？



刚才我说过，因为电功率同样瞬息万变，现在这个向量式是无法求出电功率的瞬时值的。



那……怎么办呢？



要求电功率的向量，就要用有效值而不是瞬时值。并且还要用到共轭复数。下面是具体说明。

共轭复数的虚数部分的  $+$ - 符号正好与复数相反，例如

$$\dot{A} = a + jb$$

则，

$$\overline{\dot{A}} = a - jb$$

$\dot{A}$  的头上用  $-$  作记号。

$$\dot{I} \text{ 的共轭复数 } \overline{\dot{I}} = I e^{-j(\omega t - \theta)}$$

$$\dot{E}\overline{\dot{I}} = E e^{j\omega t} \times I e^{-j(\omega t - \theta)}$$

正确

$$= EI e^{j\theta}$$

$$= EI \cos\theta + jEI \sin\theta$$

= 有功功率 +  $j$  无功功率

用电压的共轭复数表示为：

$$\overline{\dot{E}}\dot{I} = E e^{-j\omega t} \times I e^{j(\omega t - \theta)}$$

$$= EI e^{-j\theta}$$

$$= EI \cos\theta - jEI \sin\theta$$



无功功率  $Q$  的符号是反转的哦。设延迟无功功率为  $+j$  时，就要用  $E\bar{I}$  来计算。  
好啦，交流电功率的部分都讲完了。只等后面的实战啦！



先生，在那之前可不可以先做做练习？



哦？休斯居然没有自信呢！



不，不是这样的！以防万一，以防万一嘛！



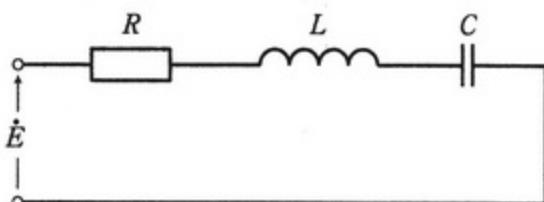
## 提高讲座④ 交流电功率



好呀！休斯，你来解这道题。

### 例题

如图，这是一个  $R-L-C$  的串联电路。设电源频率为  $f$ ，求消耗功率最大时电阻值  $R$ 。已知电压  $E$ 、电感  $L$ 、静电容量  $C$  为定数。



好！瞧我的！假设图中电路的阻抗为  $\dot{Z}$ ，那么，

$$\text{阻抗 } \dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) [\Omega]$$

$$\text{绝对值 } |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} [\Omega]$$

$$\text{电路的功率因数 } \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

此时电流  $I$  为：

$$\text{绝对值 } |I| = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} [A]$$

该电路的消耗功率从交流电路的有功功率公式可知：

消耗功率  $P = EI \cos\theta$

$$\begin{aligned} &= E \times \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ &= \frac{RE^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} [W] \end{aligned} \quad \dots \textcircled{1}$$



问题从这开始。式①的分子和分母除以  $R$  得出以下公式：

$$P = \frac{E^2}{R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \cdots ②$$

要想  $P$  最大，则必须使式②的分母最小，这里可以套用火涡私下交给我的“最大电功率定理”。

### 最大电功率定理

已知 2 数  $x, y$  的乘积  $K$  时，2 数相等时 2 数之和最小。

根据该定理，求分母的 2 项乘积  $K$  时，可知：

$$K = R \times \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{R} = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = \text{一定}$$

如已知  $K$ ，那么 2 数相等时和最小，所以

$$\begin{aligned} R &= \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R} \Rightarrow R^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \\ \therefore R &= \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad \cdots ③ \end{aligned}$$

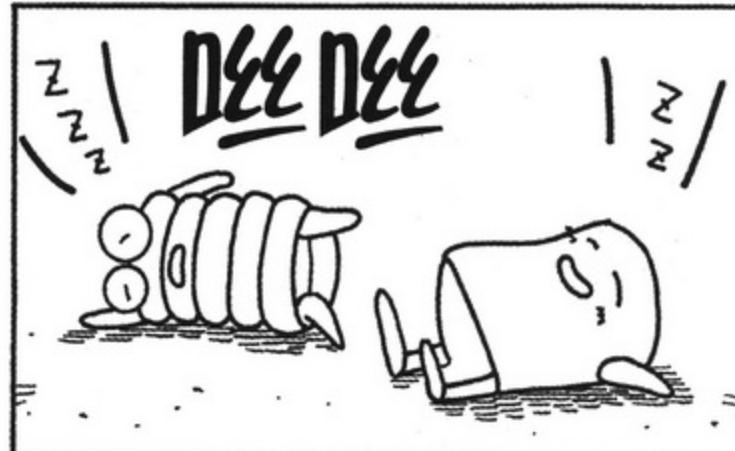
即，式③时，式②的分母最小，式②的值最大。设最大消费功率为  $P_{\max}$ ，则将式③代入，得：

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \frac{E^2}{R + \frac{R^2}{R}} \\ &= \frac{E^2}{R^2 + R^2} \\ &= \frac{E^2}{2R} [\text{W}] \end{aligned}$$

老师，做对了吗？

嗯，不赖。吃完饭咱们就出发去电气馆。

老师真是食欲旺盛啊！



丝丝 丝丝  
当





书籍扫描：铜板+西瓜



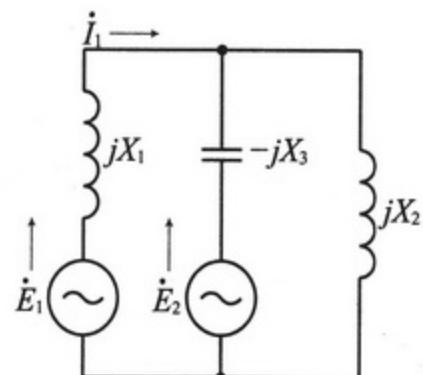


问题！

如右图，求电路中通过  $jX_1$  的电流  $I_1$ 。已知  $E_1$  和  $E_2$  同相位，

$$E_1 = 100[\text{V}], E_2 = 60[\text{V}]$$

$$X_1 = 30[\Omega], X_2 = 20[\Omega], X_3 = 10[\Omega]$$

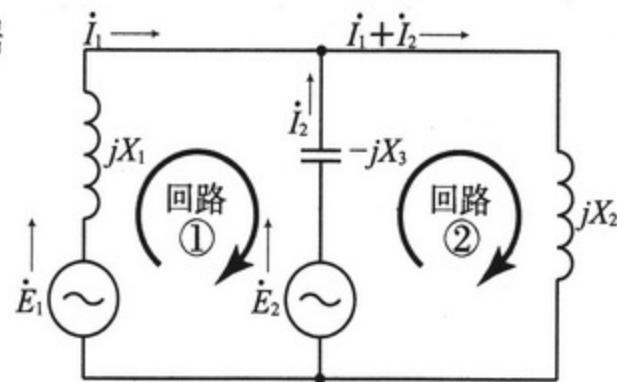


这个可以用基尔霍夫定律来解。

好！开始啦！假定电流如右图所示，根据基尔霍夫定律可知：

$$\begin{aligned} \text{回路①} \quad & jX_1 \dot{I}_1 - jX_3(-\dot{I}_2) \\ & = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{回路②} \quad & -jX_3 \dot{I}_2 + jX_2(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \\ & = \dot{E}_2 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} X_1 &= 30\Omega \\ X_2 &= 20\Omega \\ X_3 &= 10\Omega \end{aligned}$$

将数值代入式①和式②，

$$j30\dot{I}_1 + j10\dot{I}_2 = 100 - 60$$

$$j30\dot{I}_1 + j10\dot{I}_2 = 40 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$-j10\dot{I}_2 + j20(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = 60$$

$$j20\dot{I}_1 + j10\dot{I}_2 = 60 \quad \dots \textcircled{4}$$

式③ - 式④可得：

$$j10\dot{I} = -20$$

$$\therefore \dot{I}_1 = j2[\text{A}]$$

$$I_1 = |\dot{I}_1| = 2[\text{A}]$$

完毕！



大家听好啦，问题已经被全部答对，各自回去干活吧！



哈哈！休斯！！赚到 2 份钱哦……太兴奋啦！！

# 小结

Follow-up

## 共振电路、凤 – 戴维南定理

### ■ 共振电路

交流电路的阻抗

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

当  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  时产生的现象。

此时频率称为共振频率，公式表示为：

$$\text{共振频率 } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

此时阻抗只有电阻部分  $R$ ，电压与电流同相位且值最大。共振电路可以应用于振荡电路等多种电气电路。另外，有时也会因电流过大而导致不良影响。

### ■ 凤 – 戴维南定理

任何复杂的电路，当阻抗接入某端子并且在接入之前已知电压值，都可运用该定理将其还原为最简单的电路从而完成计算。

设定某电路网中的任意 2 个端子 a 和 b，a、b 之间的电压  $E_{ab}$ ，  
在 a、b 间接入阻抗  $\dot{Z}$  后， $\dot{Z}$  处的电流为：

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_{ab}}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}}$$

这里， $\dot{Z}_0$  是除去电路网中包括的所有电动势以外的从 ab 端子出发的合成阻抗。  
下面我们简单地以直流加以说明。

(1) 已知某个复杂电路，电路的端子 a、b 间有电压  $E_{ab}$ 。求接入电阻  $R$  后的电流。  
如在接入电阻之前，

先接入一个会消除的电动势  $E_1$ ，此时即使接入电阻  $R$ ，电流也不流动。

(2) 接着是一个与此电路完全相同的电路。假设电路中没有电动势， $E_1$  处存在与  $E_1$  反方向的电动势  $E_2$ ，因  $E_2$  等于  $E_{ab}$ ，所以电流为：

$$I = \frac{E_{ab}}{R_0 + R}$$

这里的  $R_0$  为从 ab 出发的电路网的合成电阻。

(3) 然后将这 2 个电路重叠。于是，由于  $E_1$  和  $E_2$  的方向相反，电动势相当于无。又由于①中没有流动电流，所以，根据叠加定理可得电流为：

$$0 + I = I$$

第 156 页的问题如果用叠加定理和凤 - 戴维南定理解答，则过程如下：

### 运用叠加定理解答

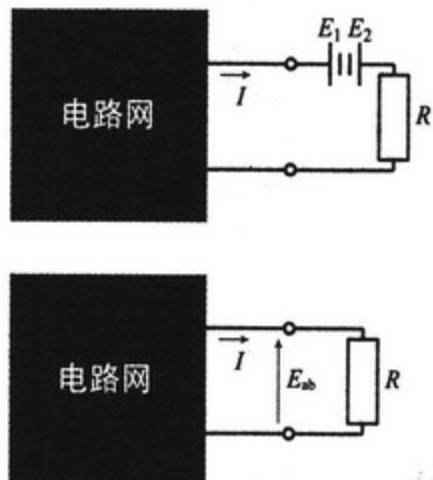
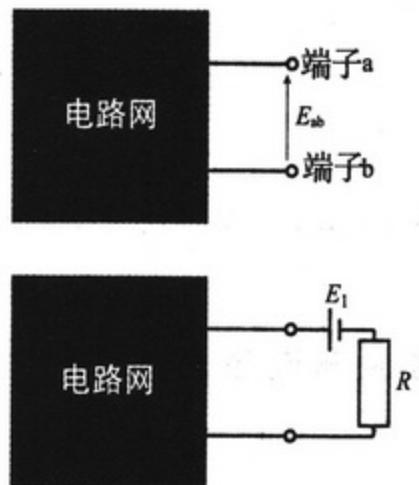
(叠加定理在第 2 章小结→ P74 有论述。)

(1)  $E_2$  短路而只有  $E_1$  时，通过  $jX_1$  的电流  $\dot{I}_1'$  为：

$$\dot{I}_1' = \frac{100}{j30 + \frac{-j10 \times j20}{j10 + j20}} = -j10$$

(2)  $E_1$  短路而只有  $E_2$  时，流过  $-jX_3$  的电流  $\dot{I}_3'$  为：

$$\dot{I}_3' = \frac{60}{-j10 + \frac{j30 \times j20}{j30 + j20}} = -j30$$



(3) 设,  $\dot{I}_3$  中从  $jX_1$  分流的部分为  $\dot{I}_1''$ , 则:

$$\dot{I}_1'' = -j30 \times \frac{j20}{j30 + j20} = -j12$$

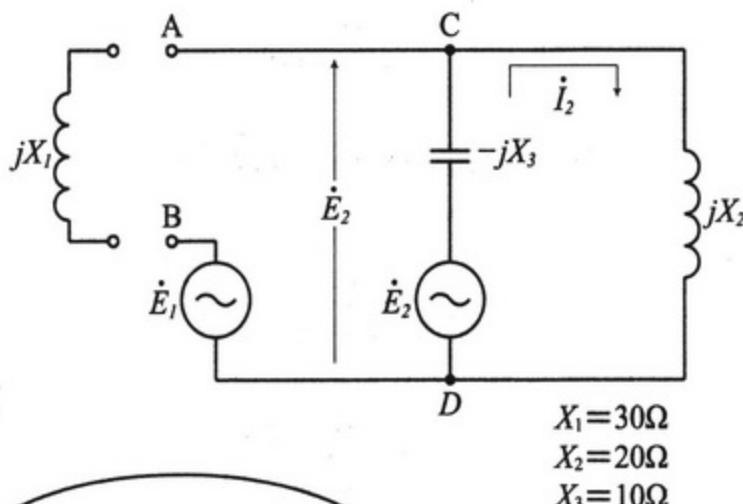
又设通过  $jX_1$  的电流、题目中  $\dot{I}_1$  的方向为正, 那么,

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{I}_1' = \dot{I}_1'' \\ &= -j10 - (-j12) \\ &= +j2 \\ \therefore \dot{I}_1 &= |\dot{I}_1| = 2[A]\end{aligned}$$

### 运用戴维南定理解答

(1) 要求  $jX_i$  的电流, 如图先切断电路求 AB 间的电压。设 C 点的电压为  $\dot{E}_3$ 、电流为  $\dot{I}_2$ , 则,

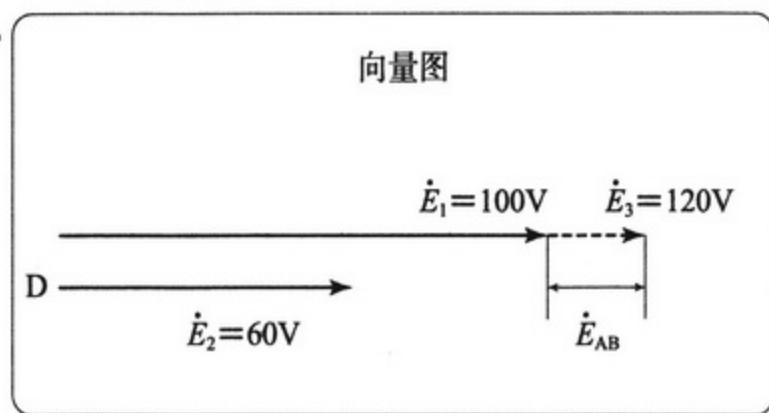
$$\begin{aligned}\dot{I}_2 &= \frac{\dot{E}_2}{j20 - j10} = \frac{60}{j10} \\ &= \frac{j60}{((j \times j) \times 10)} \\ &= \frac{j60}{(-10)} \\ &= -j6[A]\end{aligned}$$



分母和分子分别乘以  $j$   
 $(j \times j) = -1$

$$\begin{aligned}\dot{E}_3 &= \dot{E}_2 - (jX_3)\dot{I}_2 \\ &= 60 - (-j10) \times (-j6) \\ &= 60 + 60 \\ &= 120[V]\end{aligned}$$

$\dot{E}_1$ 、 $\dot{E}_2$ 、 $\dot{E}_3$  的向量图如右所示。

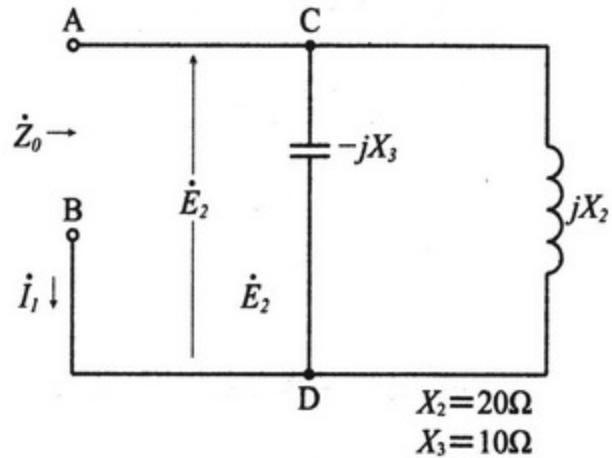


所以，AB间的电压  $E_{AB}$  为：

$$E_{AB} = 20[V]$$

(2) 从AB出发的阻抗  $Z_0$  为：

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{j20 \times (-j10)}{j20 + (-j10)} \\ &= \frac{-(j \times j) \times 200}{j20 - j10} \\ &= \frac{-(-1) \times 200}{j10} \\ &= \frac{200}{j10} \\ &= -j20[\Omega] \end{aligned}$$



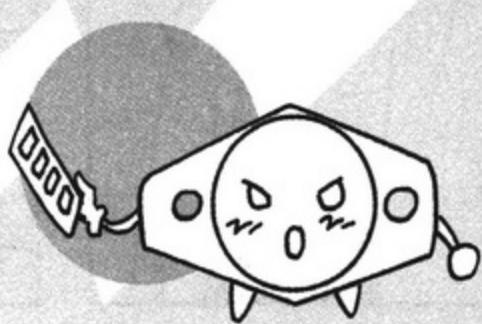
所以，通过  $jX_1$  的电流  $I_1$  为：

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E_{AB}}{Z + Z_0} \\ &= \frac{20}{j30 - j20} \\ &= -j2[A] \end{aligned}$$

符号“-”表示电流方向与图相反。

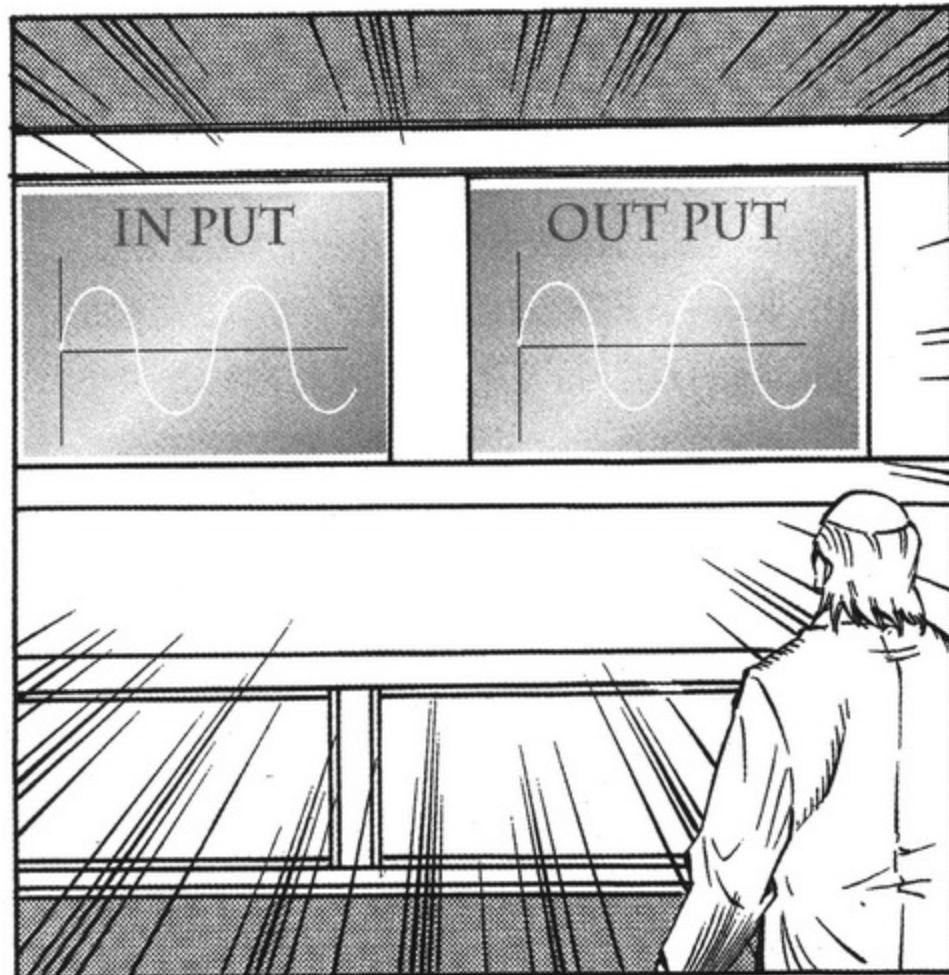
# 第4章

# 三相交流电路



# 1. 三相交流的优点





## ● 使用三相交流的理由



我们说，为什么家庭用的电源也能使用交流电呢？世界上最早的发电站使用的是1879年爱迪生发明的直流发电机。但是，直流发电机由于电压下降幅度太大，难以完成远距离输电。在直流中，电压一旦下降就再也无法复原。所以之后就出现了交流发电机。由于它利用变压器很好地控制了电压的上升或者下降，所以交流输电的距离要比直流远得多。三相交流实际上是一种比单相交流更经济的输电方式。我们在家庭中使用的是单相交流，而输电线或输入工厂的则是三相交流。大家看这幅图。

我们要去的变电小镇反映在图中实际上就是○用框住的地方。我们在这里也许会遇到三相交流的问题。所以你们大家现在必须抓紧时间学习三相交流啊！



果然相当难啊！



难就难吧！想想看要是问题都答对了，不光那些元件宝贝能找回来，咱们又会有一大笔资金进账呢！



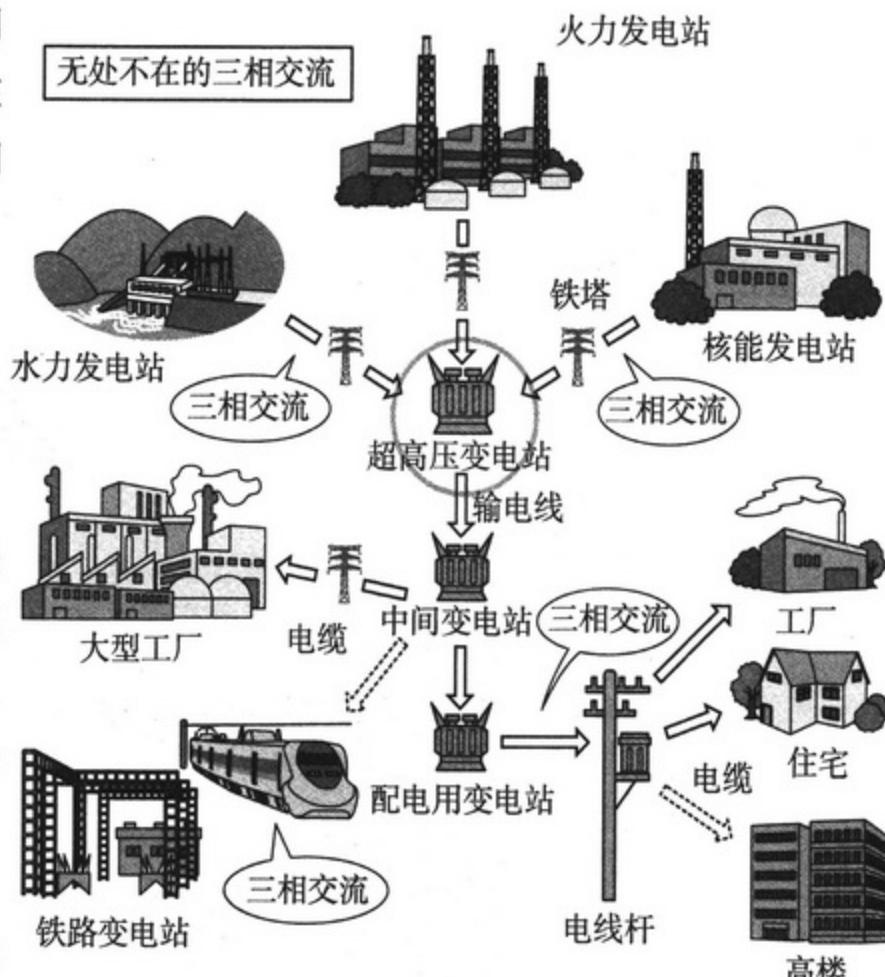
科斯莫，说得轻巧，你也站在前面试试看！



哎呀，可是我数学、物理、电气电路统统都只学了半点儿而已啊。老师，您可得严格要求休斯哦！



呵呵，交给我吧！我们的命运可都掌握在休斯的手里啊！

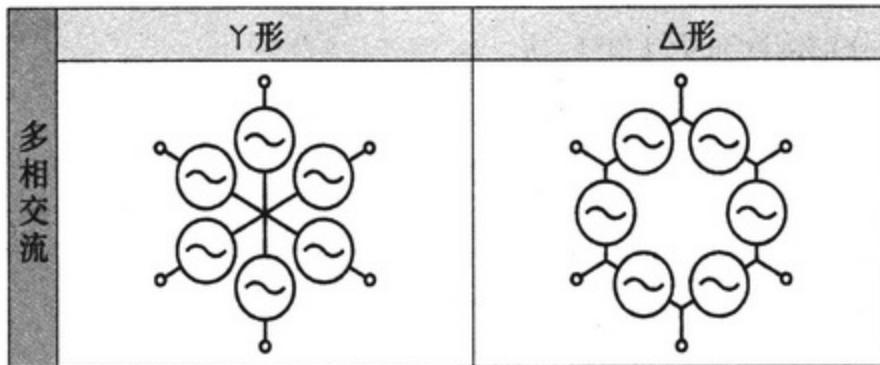


## 2. 三相交流的连接方式

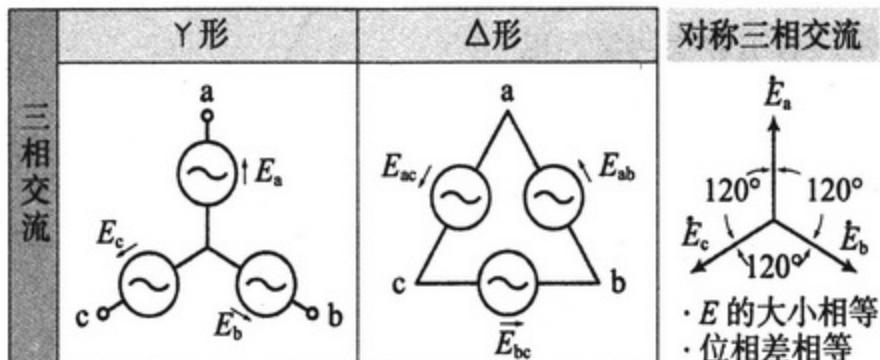
### ● Y形和△形



看这个图。



如图中有多个电源的交流叫多相交流。其中使用最方便的就是三相交流。三相交流中各个电动势都相等、相邻的位相差也相等的叫做对称三相交流。



接下来我要讲的就是这个对称三相交流。其每转一圈即  $2\pi[\text{rad}]$  之中相邻的两个位相差之所以相等是因为：

$$360^\circ \div 3 = 120^\circ$$

即

$$\frac{2}{3} \pi[\text{rad}]$$

三相交流的连接方式有 2 种，即星形 (Y) 和三角形 (△)。负荷 (阻抗) 的连接方式与此相同。

### 3. 三相交流向量

#### ● 向量运算符



大家看图1。三相电动势分别为 $\dot{E}_a$ 、 $\dot{E}_b$ 、 $\dot{E}_c$ ，其瞬时值的顺序因相位差而分别依次延迟 $120^\circ$ 后按abc顺序出现。以 $E_a$ 为基准通过向量表现为图2所示。此时，把电压看作1，然后再看向量图。交流电路中我们用到了虚数单位 $j$ 对吧？和它道理一样，我们设使得大小不变、反时针依次转动（这里是关键，一定要反时针转） $120^\circ$ 的要素为 $a$ 。我们把 $a$ 叫做向量运算符，表示静止向量。也就是说，乘以 $a$ 时前进 $120^\circ$ ， $a$ 的平方是前进 $240^\circ$ ，再乘以 $a$ 即 $a$ 的三次方时回到原位。该向量运算符帮助我们将旋转向量转为静止向量。

大小为1的三相交流可以用 $1, a, a^2$ 表示，当大小为 $E$ 时，将它们分别乘以 $E$ ，接着将三个数相加，得出向量为0。即：

$$1 + a + a^2 = 0$$

这个公式很重要，一定要牢记！

图1 三相交流电

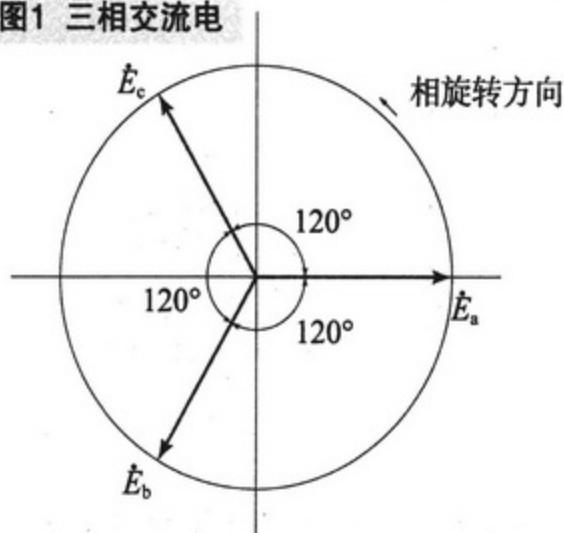


图2 向量图

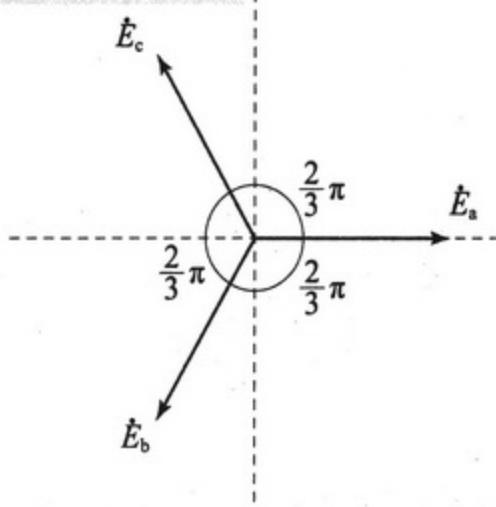
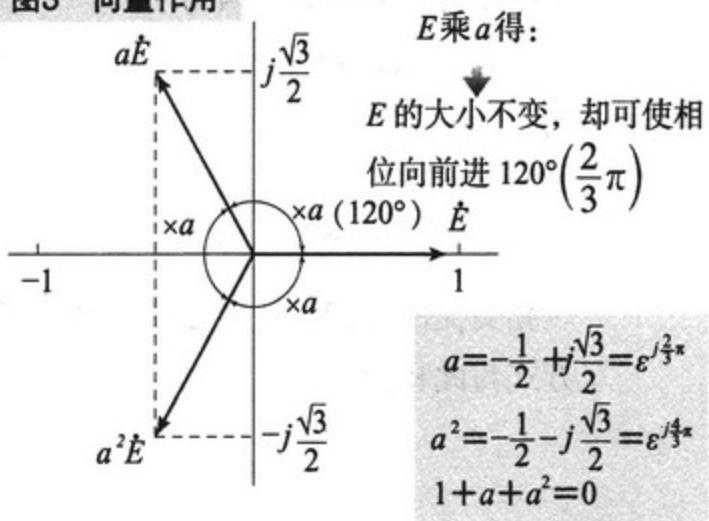


图3 向量作用



$E$ 乘 $a$ 得：

$E$ 的大小不变，却可使相位向前进 $120^\circ$  ( $\frac{2}{3}\pi$ )

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j\frac{4}{3}\pi}$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

## ● 为什么是3根电线



接下来是三相交流的一个有意思的地方。三相交流由位相分别为 $0^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $240^\circ$ 的单相交流组合而成。先看这个图。

正如你们看到的，最初，各个交流电源都处于闭合电路中，此时，如果所有负荷大小一样，那么电流尽管位相不同但大小相等。这样一来就可以将中间用○框住的电线归到1根上。然后怎么样呢？



于是一共只有4根电线。



没错。而这里的大小和频率一样，于是流通的都是相位差为 $120^\circ$ 、 $240^\circ$ 的电流。设电流分别为 $\dot{I}_a$ 、 $\dot{I}_b$ 、 $\dot{I}_c$ ，计算它们的和 $\dot{I}_0$ ：

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \quad \cdots ①$$

已知三相的向量，即：

$$\dot{I}_a = I \quad \cdots ②$$

$$\dot{I}_b = a^2 I \quad \cdots ③$$

$$\dot{I}_c = aI \quad \cdots ④$$

将②、③、④代入①……休斯，后面怎么算？

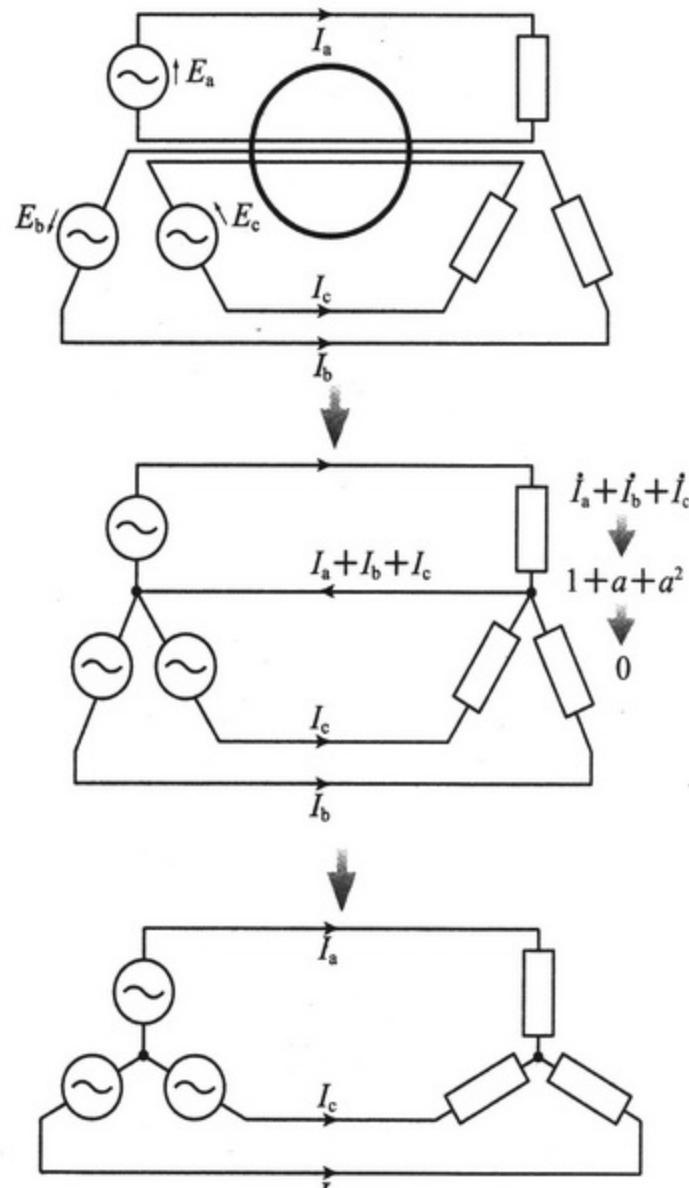


$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= I + a^2 I + aI \\ &= I(1 + a^2 + a) \end{aligned}$$

啊！最后得0！也就是说电流没有流通。



是的！这样一来这里也不需要电线了。



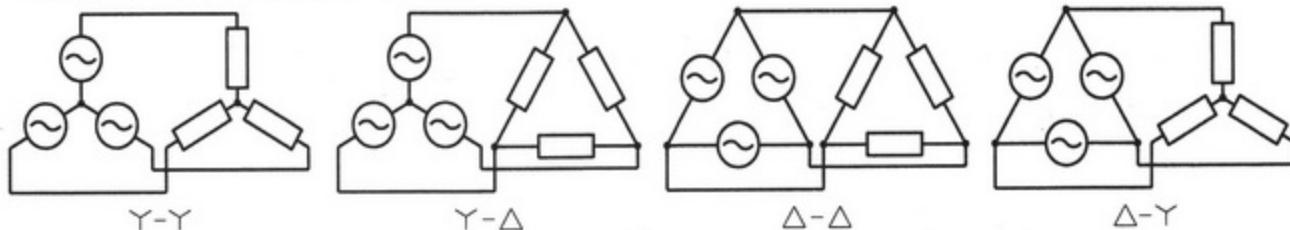
## 4. Y和△制作的三相交流

### ● Y接线和△接线



电流大小相等时只需 3 根电线，这点明白了吧？理论上是这样，那么实际应用时会如何呢？

刚才我讲到过 Y 接线和△接线。两种方法用于电源和负荷又各有两种接法，所以总共有 4 种组合方法，如图。



首先来看电源这边。这是电源一边的 Y 接线。各相的电压叫相电压， $a$ 、 $b$ 、 $c$  各端子之间的电压叫线电压。相电压和线电压之间的关系可看作各相向量之间做减法关系，即：

$$E_{ab} = E_a - E_b$$

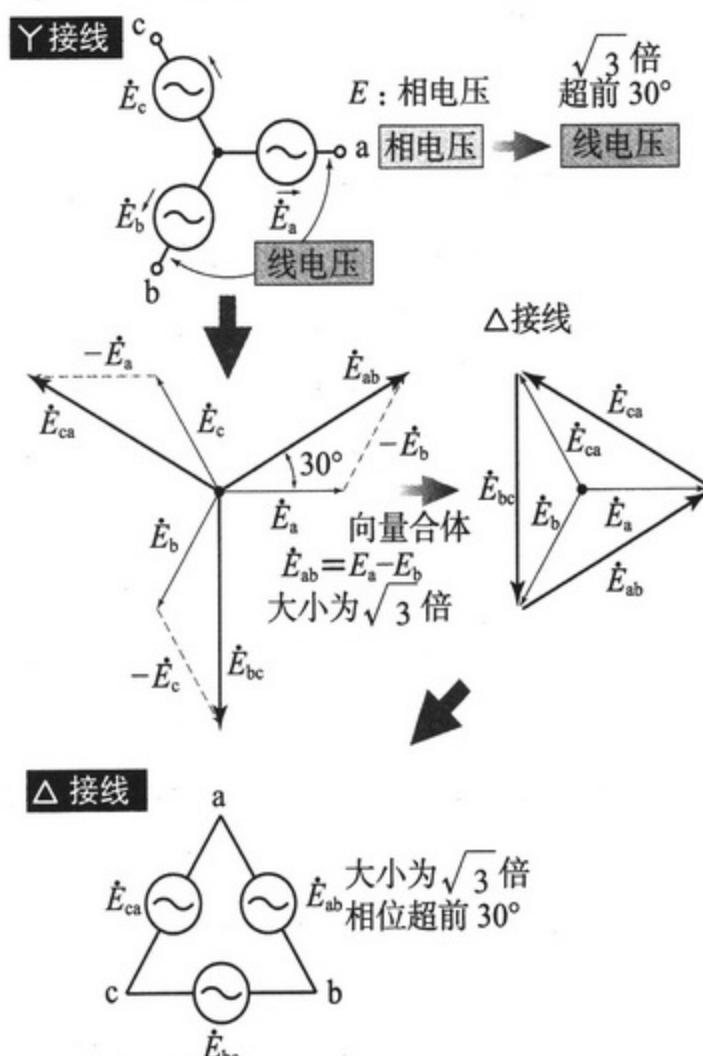
由向量图可知线电压为：

$$\text{线电压} = \sqrt{3} \times \text{相电压}$$

各线电压的相位比各相电压超前  $30^\circ$  ( $\frac{\pi}{6}$ )。这和△接线相电压所得相同，即都是等效电路。接着看负荷。打比方，我们向△接线的对称三相负荷施加对称三相电压，那么我们可以用基尔霍夫第 2 定律（电压下降定律：闭合

电路内的电动势之和与负荷消耗的电压之和相等）求出各相电流。由于这是对称三相电荷，所以各相电流，即相电流分别存在  $120^\circ$  ( $\frac{2\pi}{3}$ ) 的相位差。

然后是各线电流。由基尔霍夫第 1 定律（电流保存定律：电气电路中从某一点流



入的电流之和等于从这一点流出的电流之和)得出线电流与相电流的关系即是各相电流的向量减法关系。如以 a 点为例,那么就有:

$$\dot{I} = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$$

即,

$$\text{线电流} = \sqrt{3} \times \text{相电流}$$

各线电流的相位均比各相电流滞后  $30^\circ$  ( $\frac{\pi}{6}$ )。

### ● Y-Y接线和Y-△接线



这次还是看电源和负荷。首先这个是两边都是Y电路。在 N 与 (N') 之间划线,可以划出 4 条线。我们从右图就能很快看出这是一个单相交流的组合。



N-N' 间的电流可以用下面的公式求解:

$$I_a + I_b + I_c$$

这是一个对称三相电路,每边大小相等,相位都为  $120^\circ$ ,所以总和为 0。即 N-N' 之间没有电流通过!

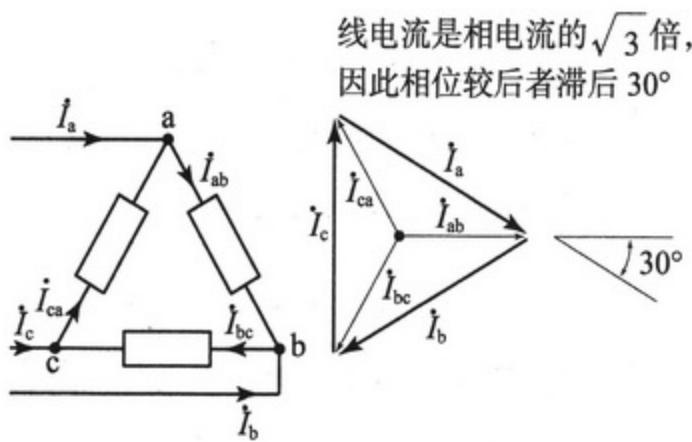


掌握得很快嘛! 所以 N-N' 间的电线也不需要。此时,

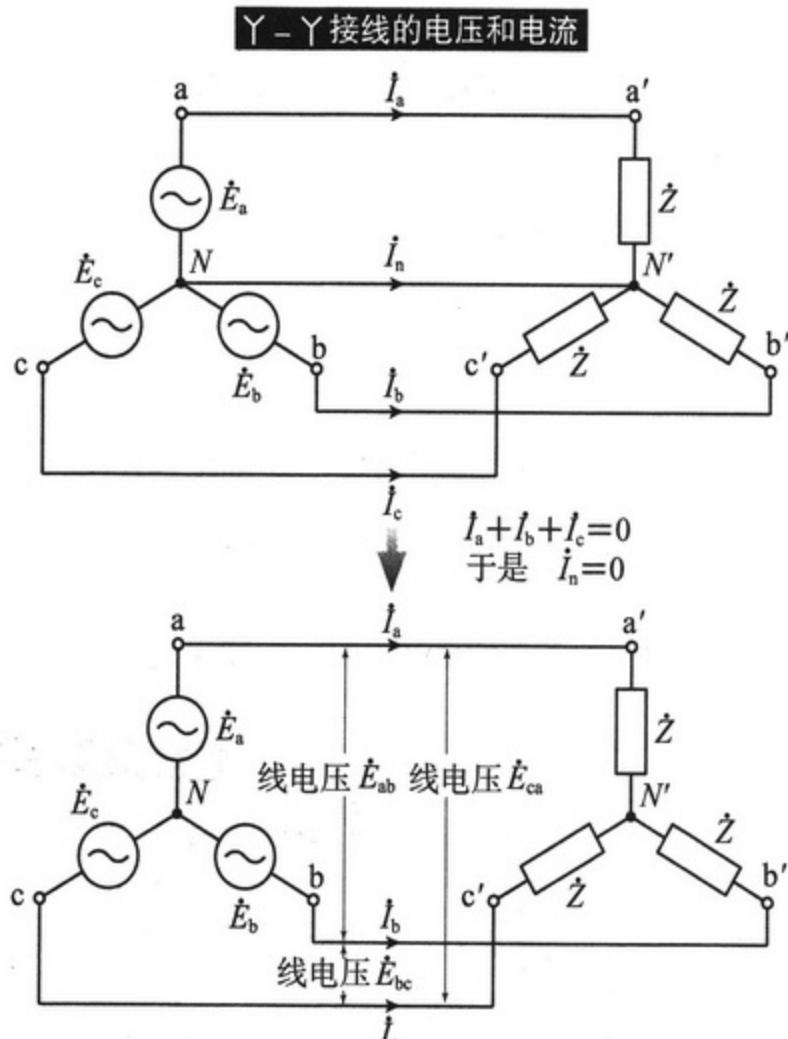
$$\text{线电压} = \sqrt{3} \times \text{相电压} (\text{超前 } 30^\circ)$$

$$\text{线电流} = \text{相电流}$$

与线电压相比,线电流滞后  $30^\circ$ 。



线电流是相电流的  $\sqrt{3}$  倍,  
因此相位较后者滞后  $30^\circ$

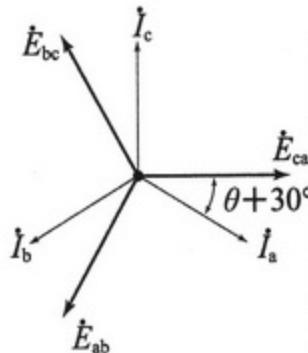




那么再讲线电源是 $\text{Y}$ 接线、负荷是 $\Delta$ 接线的情况。这里我们要注意的是线电压比相电压超前 $30^\circ$ 相位。还要注意各负荷上的电压不是相电压而是线电压。休斯，你用向量表示给我看看。



嗯……与线电压同相的相电流通过，还有比相电流滞后 $30^\circ$ 的线电流，而它又比线电压滞后 $30^\circ$ 。因线电压比相电压超前 $30^\circ$ ，所以，先是超前 $30^\circ$ ……接着又滞后 $30^\circ$ ……结果仍是同相呀！



线电压比相电压超前 $30^\circ$ 。  
线电流又比线电压滞后 $30^\circ$ 。  
结果相电压与线电流同相。



好，那么再求电流的大小。线电压为：

$$\sqrt{3} \times \text{相电压}$$

线电流也是

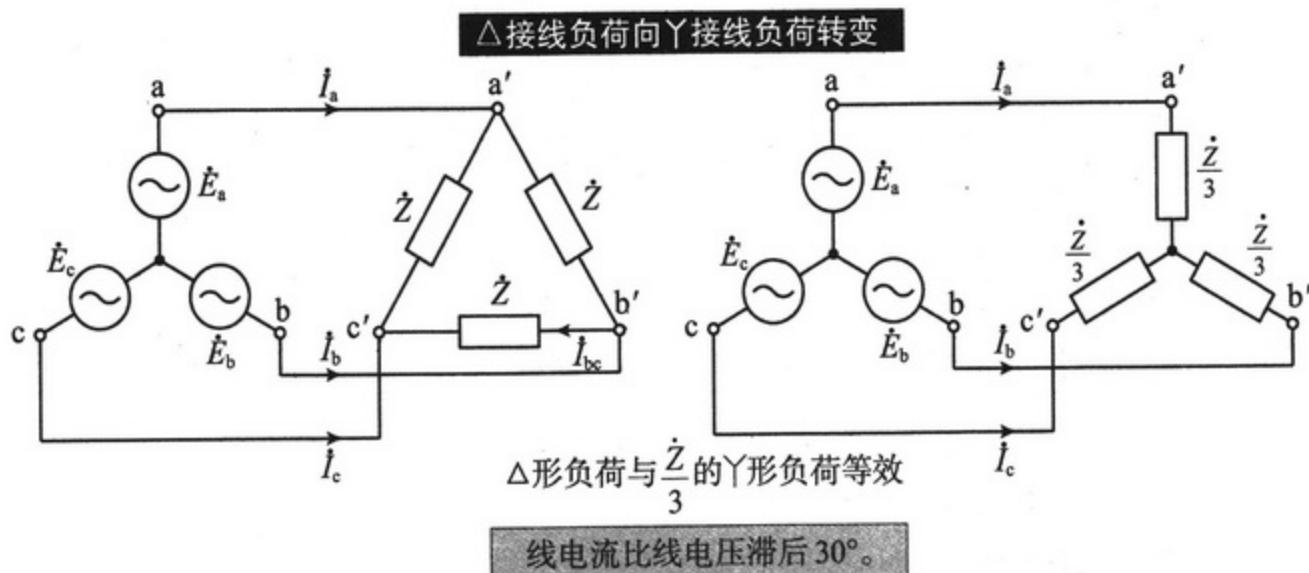
$$\sqrt{3} \times \text{相电流}$$

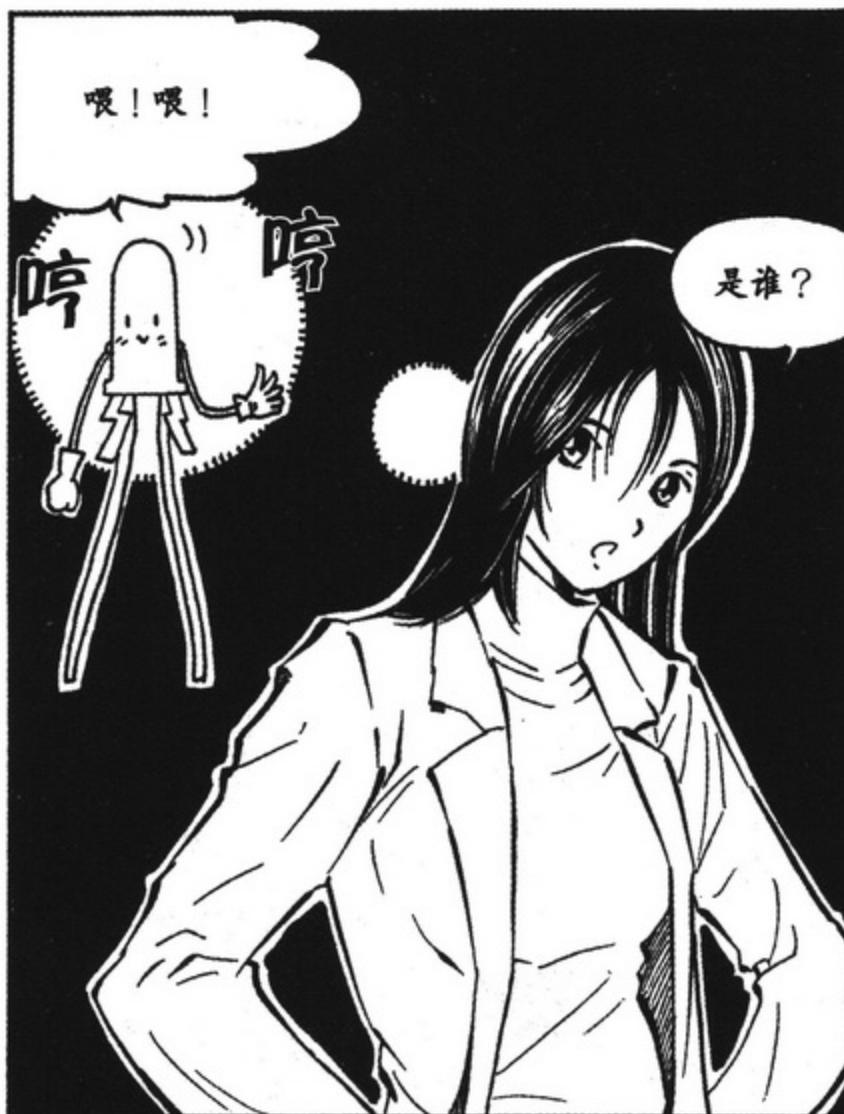
所以得：

$$I_a = \frac{3E_a}{Z}$$

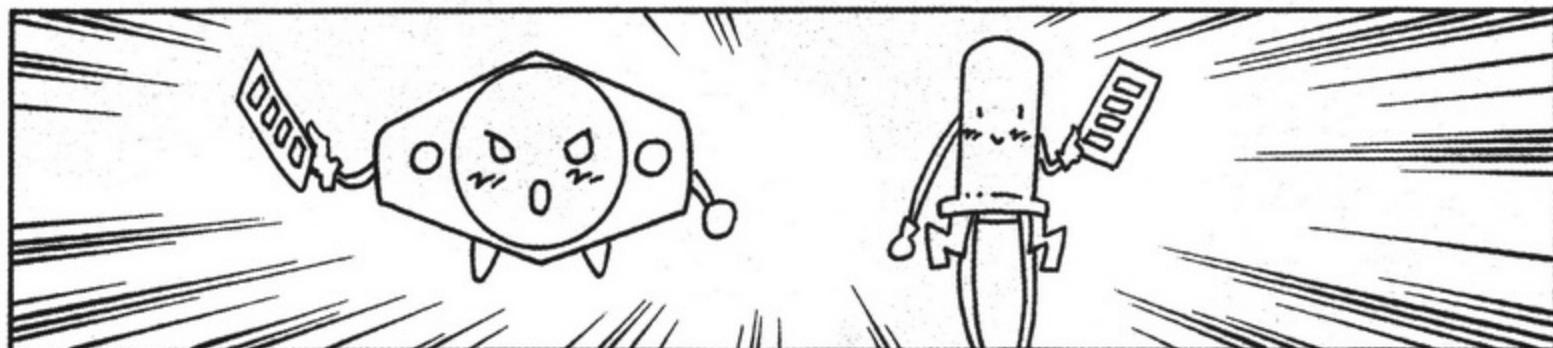
这个与 $\text{Y}$ 接线 $\frac{Z}{3}$ 的负荷得到的是一样的。

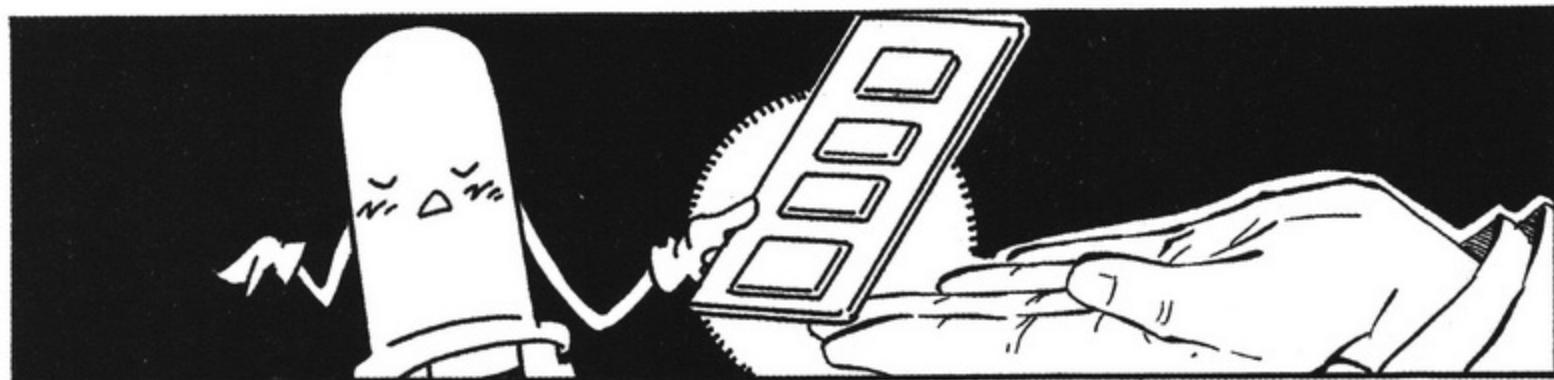
可以说，求线电流时， $\Delta$ 接线负荷与 $\frac{Z}{3}$ 的负荷的 $\text{Y}$ 接线等效。

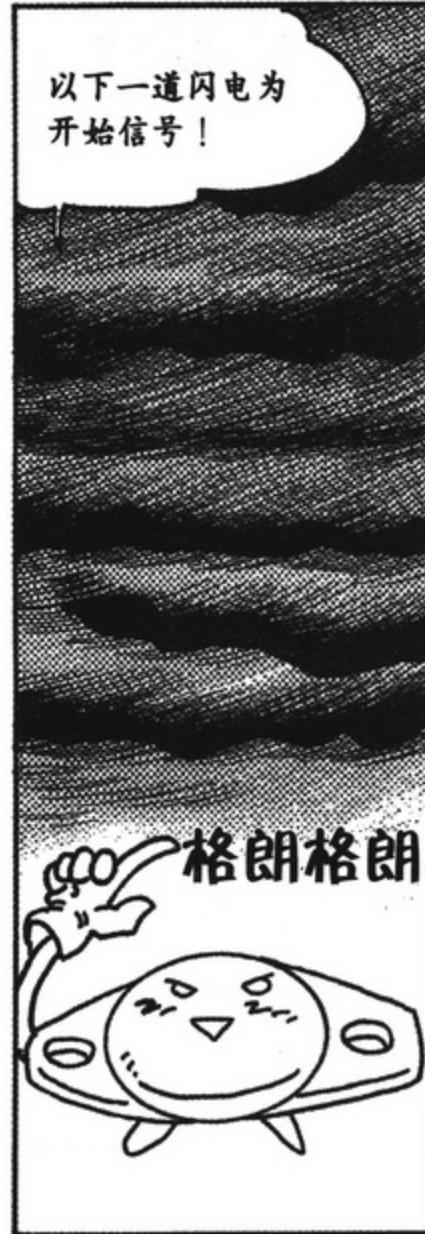
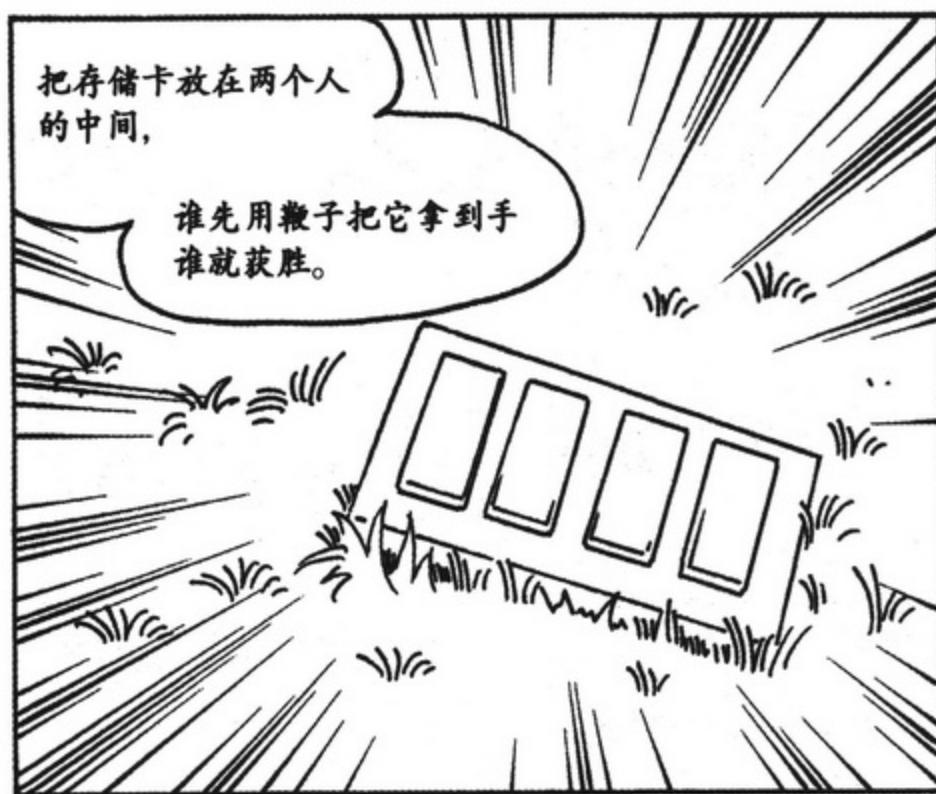


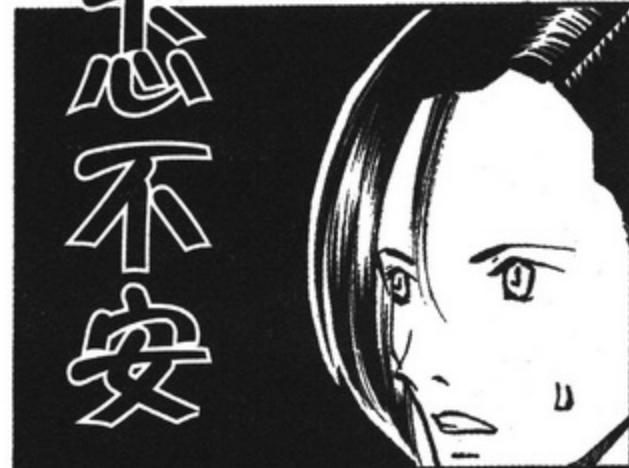
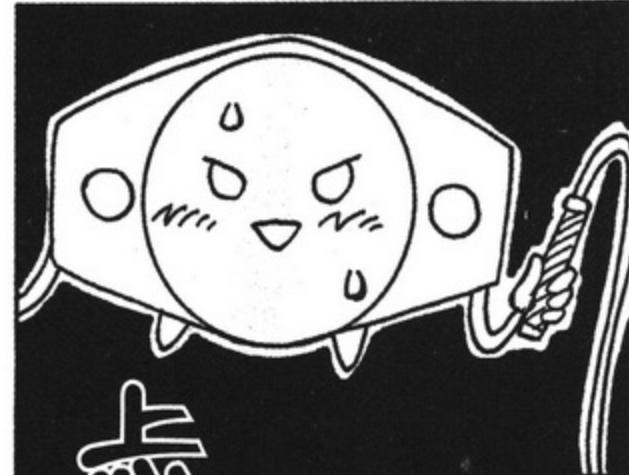
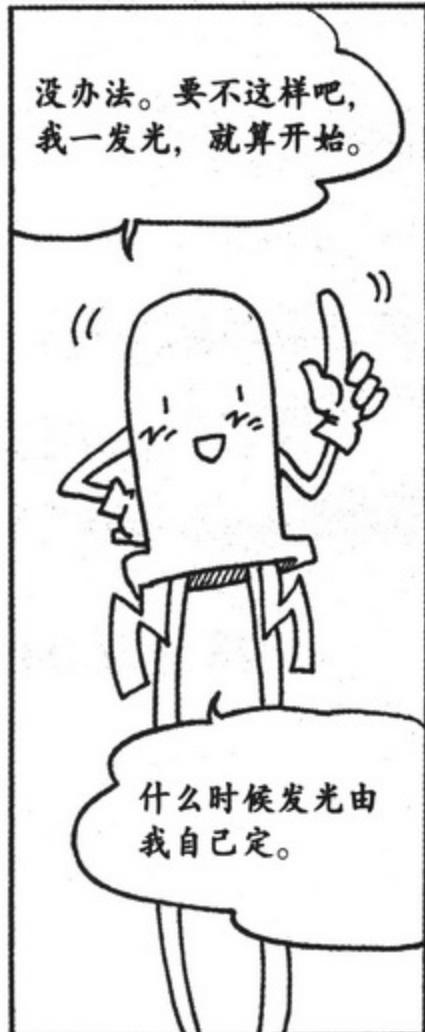
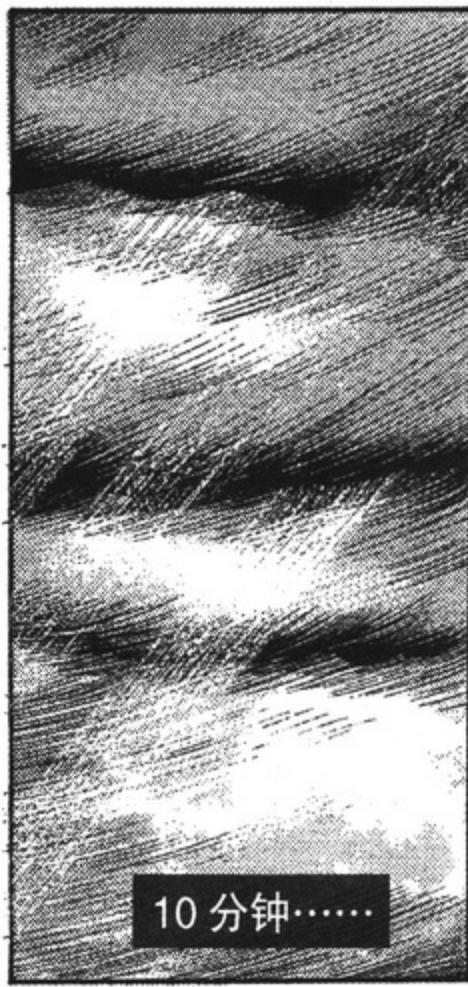
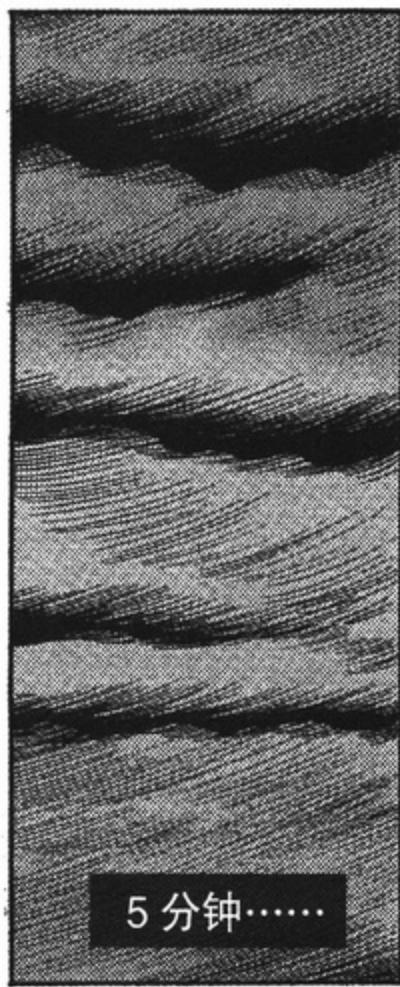


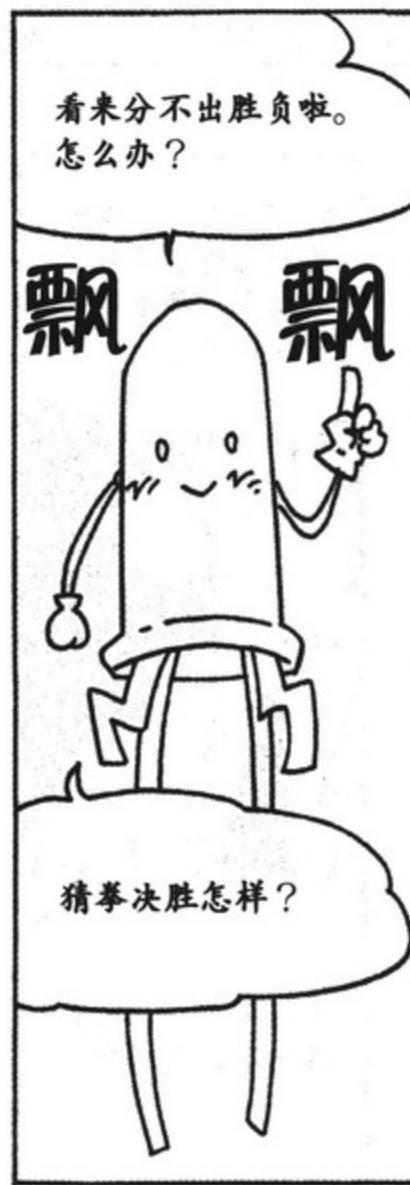










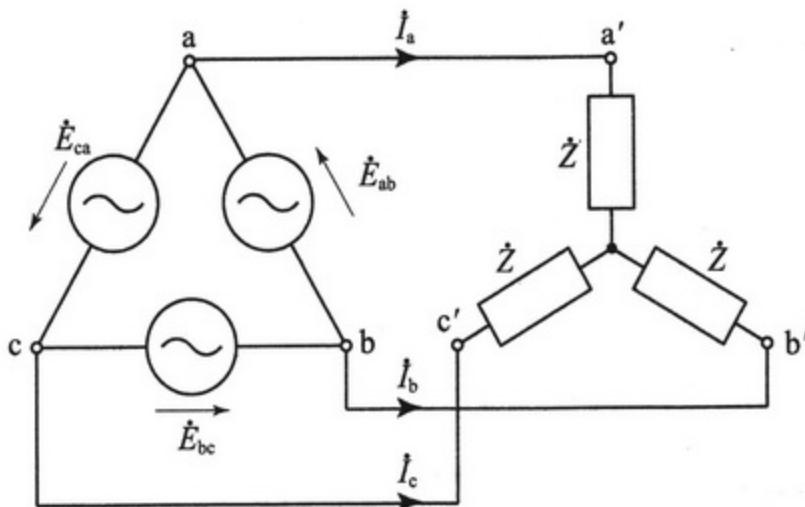




## ● 超简单的△电源



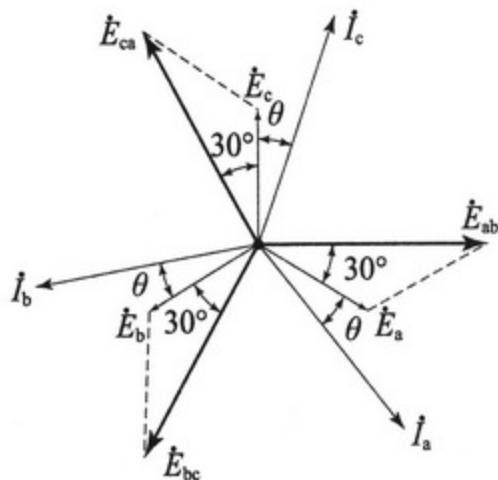
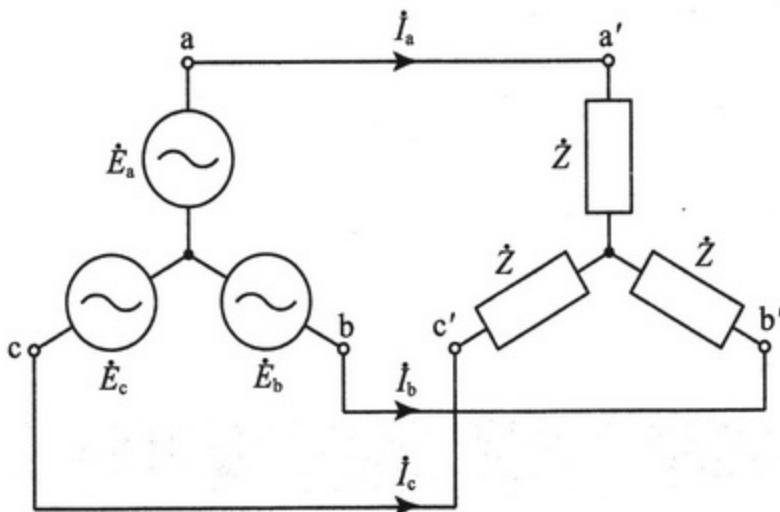
今天讲 $\Delta$ - $\text{Y}$ 电路、也就是对称 $\Delta$ 形电源上连接对称 $\text{Y}$ 形负荷的电路。我们最好先把电源的 $\Delta$ 形转换成 $\text{Y}$ 形，也就是大小为 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 、相位滞后 $30^\circ$ 的 $\text{Y}$ 形电源。为了方便理解，我们来看它的向量图。



由于电流延迟，这里写的感应负荷向量

$\Delta$ 形电源转换为 $\text{Y}$ 形电源。

- ① 相电压的大小为  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- ② 相位滞后  $30^\circ$



最后一个是 $\Delta$ - $\Delta$ 电路，也就是对称 $\Delta$ 形电源 + 对称 $\Delta$ 形负荷。如果将它换成 $\text{Y}$ 形，那么，

- ① 电源的线电压是  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  相电压的相位滞后  $30^\circ$ 。

- ② 负荷是大小为  $\frac{\dot{Z}}{3}$  的 $\text{Y}$ 接线。

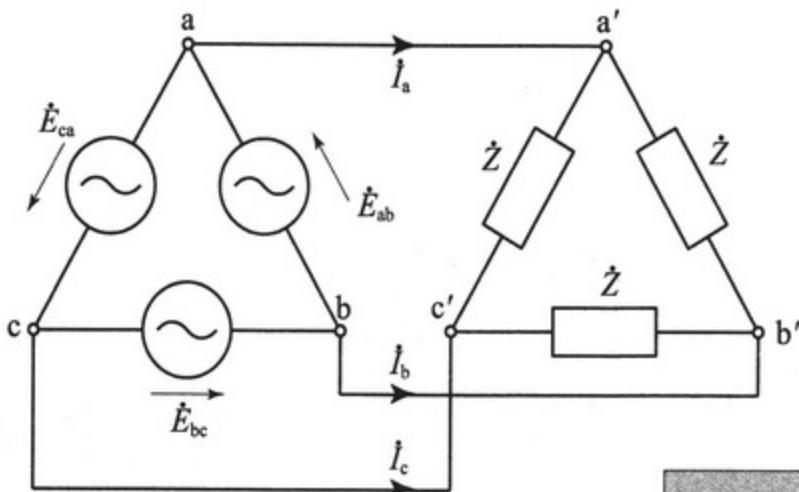


电流Y-Y，因相电流 = 线电流，所以线电流① ÷ ②，

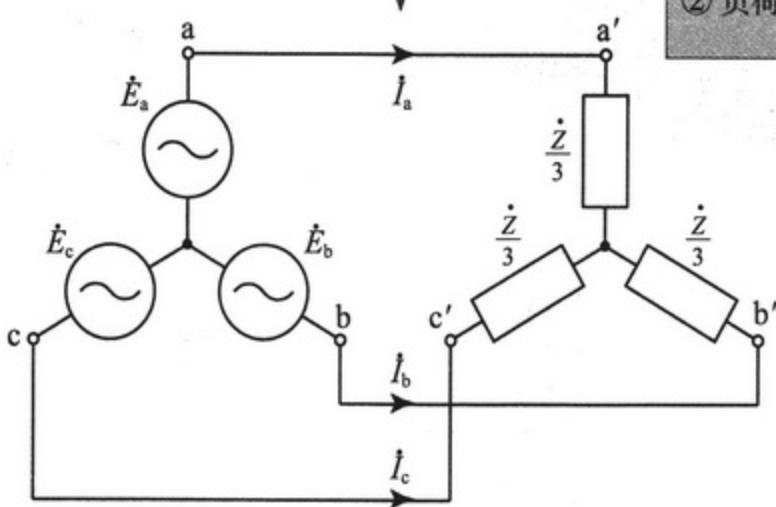
$A = \sqrt{3}$  倍大小、相位滞后  $30^\circ$

将它转换为△负荷的相电流时，相电流是线电流的

$B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  倍大小、相位超前  $30^\circ$



① 电源为大小  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 、相位滞后  $30^\circ$  的相电压  
② 负荷为大小  $\frac{\dot{Z}}{3}$  的Y接线



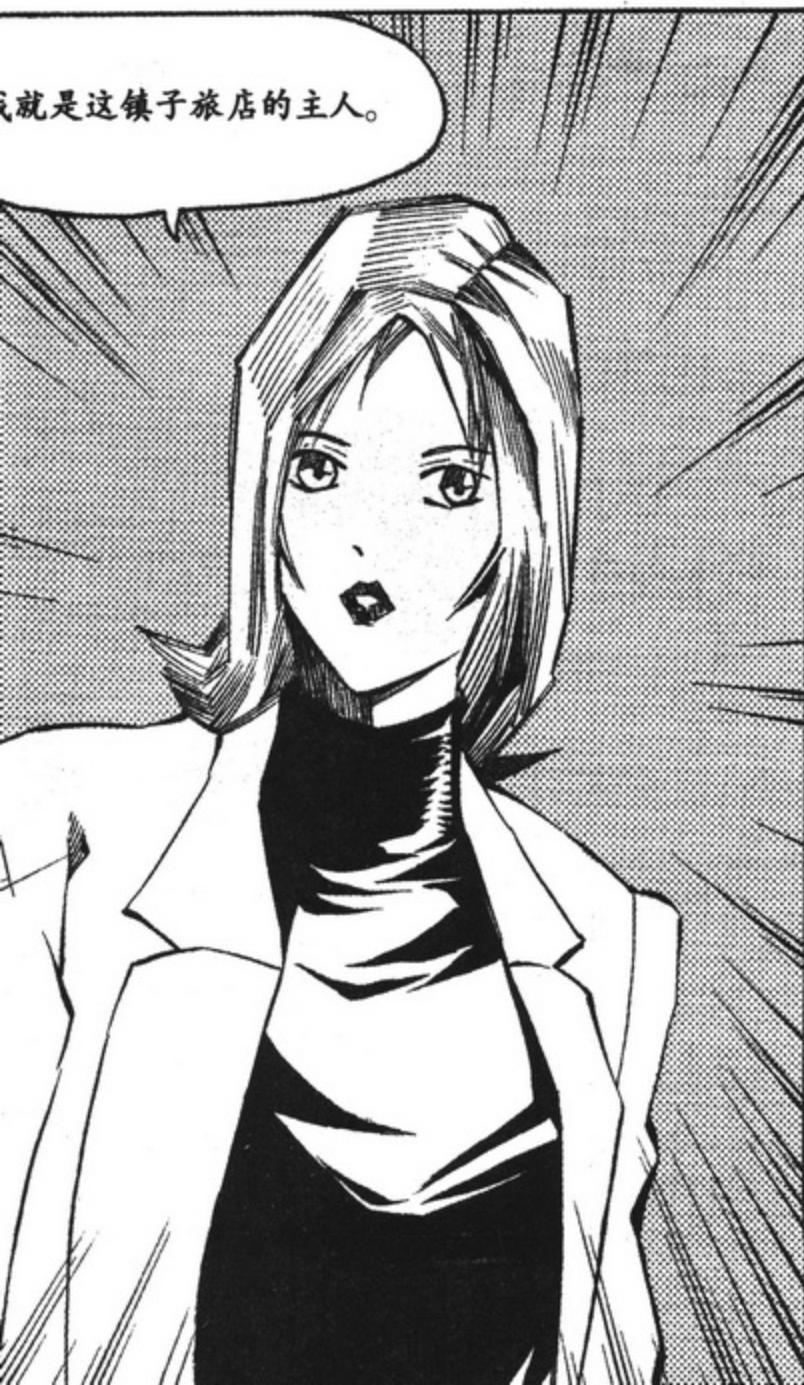
△-△接线电流归纳如下：

### △-△接线的电流

	线电流	相电流(负荷)
大小	电源相电流的 $\sqrt{3}$ 倍	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍(回到原点)
相位	滞后 $30^\circ$	超前 $30^\circ$ (回到原点)

△-△电路中，将单纯施加在负荷上的相电压除以该相的阻抗，就可以求出相电流。

## 5. 三相交流电功率















那我们就来说一说三相交流的功率。这个问题掌握了之后，基本内容就差不多都学会啦。

三相交流是由3个单相交流组合而成的，所以求功率的时候，可以先假设3个单相电路的功率分别为 $P_a$ 、 $P_b$ 、 $P_c$ ，三相交流的功率为 $P_0$ ，则：

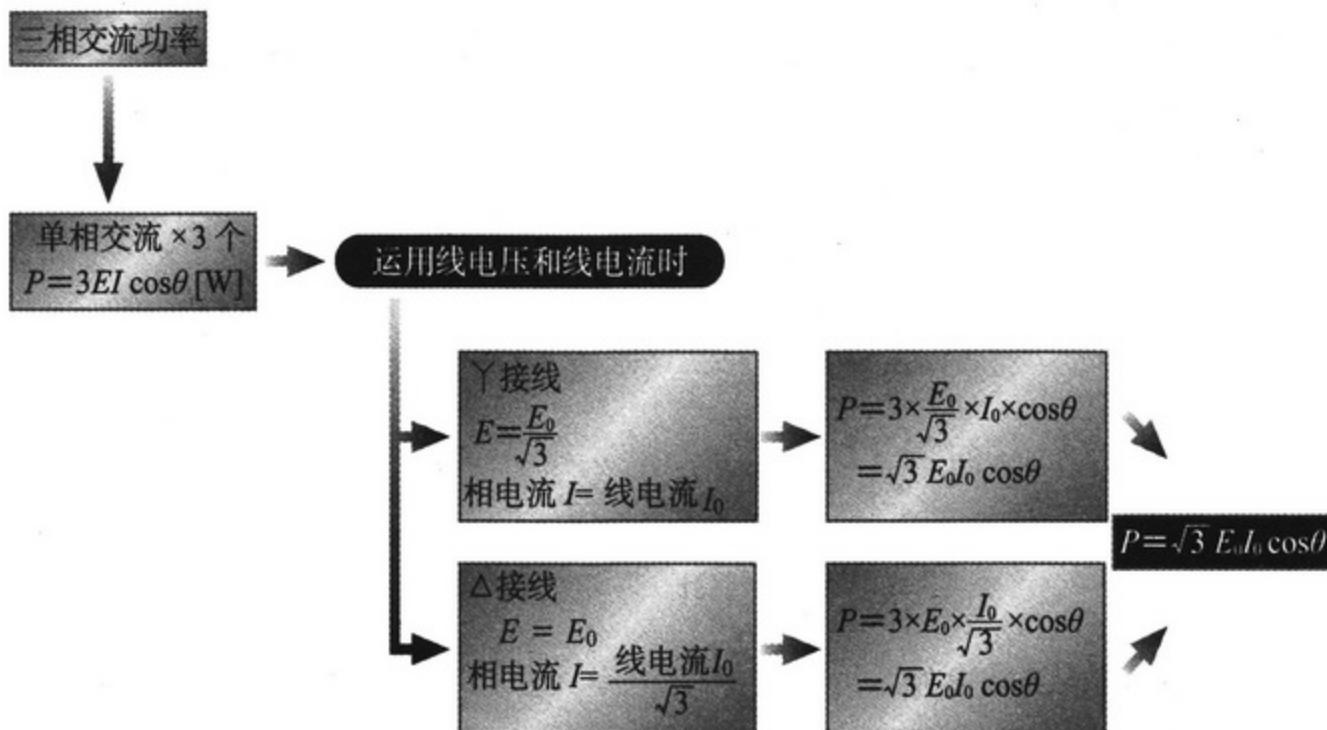
$$P_0 = P_a + P_b + P_c$$

假设有一个对称三相交流，那么它的功率 $P$ 就是：

$$P = 3 \times \text{相电压} \times \text{线电流} \times \cos\theta \quad (\text{相电压与相电流的相位差})$$

$$= 3EI \cos\theta \quad [\text{W}]$$

用线电压和线电流表示为下图。在实际的线路中我们也会经常用到它，一定要记清楚。



到此为止，三相交流的基础内容基本上都明白了吧？来做几道练习题巩固一下？

好！没问题！



## 提高讲座⑤

# 三相交流

### 题 1



如图 1,  $\Delta$ 形连接电阻  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ , 然后等效换算为图 2 的  $\Upsilon$ 形接线, 求此时的等效电阻  $R_1$ 。然后再求反过来从  $\Upsilon$ 形连接到  $\Delta$ 形连接时的等效电阻  $r_1$ 。

图1  $\Delta$ 形连接

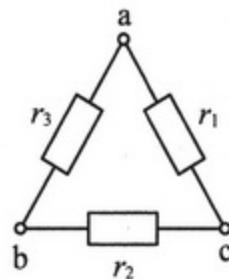
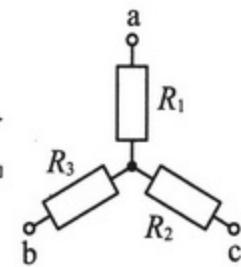


图2  $\Upsilon$ 形连接



首先是从  $\Delta$ 形转换为  $\Upsilon$ 形是吧。

要将  $\Delta$ 形转换为  $\Upsilon$ 形, 那么首先必须端子 ab、bc、ca 间的电阻值都相等, 也就是

$$ab \text{ 间 } \frac{r_3(r_1 + r_2)}{r_1 + r_2 + r_3} = R_1 + R_3 \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

$$bc \text{ 间 } \frac{r_2(r_1 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} = R_2 + R_3 \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

$$ca \text{ 间 } \frac{r_1(r_2 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} = R_1 + R_2 \cdots \cdots \cdots \text{③}$$

$$\therefore R_1 = \frac{r_3 r_1}{r_1 + r_2 + r_3} [\Omega]$$

然后是从  $\Upsilon$ 转换为  $\Delta$ 。

$\Upsilon$ 接线转换为  $\Delta$ 接线, 这里用电导表示会比较容易解。端子 ab、bc、ca 各自的合成电导相等, 闲置端子先按顺序一个一个短路然后再计算。ab 间短路对 bc 间的电导是:

$$\frac{1}{R_3} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \cdots \cdots \cdots \text{④}$$

bc 短路时 ca 的电导是:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_3} \cdots \cdots \cdots \text{⑤}$$

ca 短路时 ab 的电导是：

$$\frac{1}{R_2} + \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_3} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

式 (⑤ + ⑥ - ④) 为：

$$2 \times \frac{1}{r_1} = \frac{2R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$\therefore r_1 = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} [\Omega]$$

回答完毕！

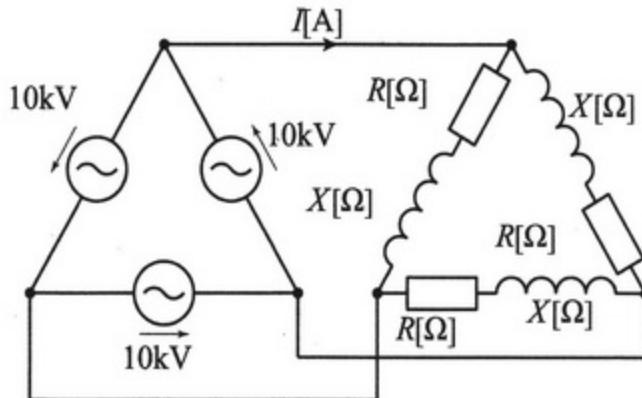
嗯，理解得不错！我们离大结局越来越近啦！



### 题 2

如图，这是一个交流电路，在相电压 10kV 的对称三相交流电源上接入由电阻  $R[\Omega]$  和感应电抗  $X[\Omega]$  组合的平衡三相负载。已知平衡三相负荷的全部消耗功率是 200kW，求：

当线电流  $I[A]$  大小（标量）为 20A 时， $R[\Omega]$  和  $X[\Omega]$  的值。



如图所示，△接线的负荷的相电流

$I_s$  是线电流  $I$  的  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  倍，即

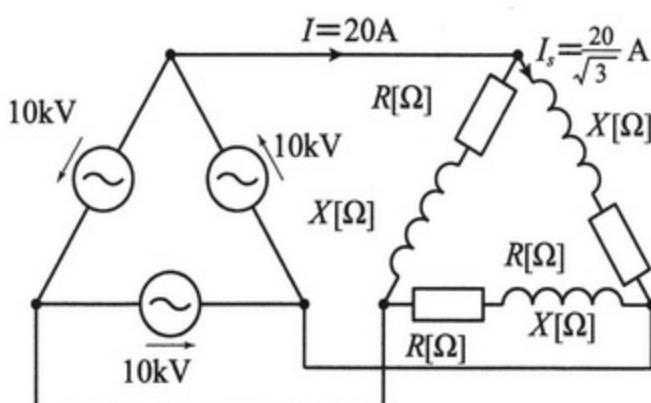
$$I_s = \frac{20}{\sqrt{3}} [\text{A}]$$

因为全部消耗功率是 200[kW]，所以负荷的每相的有效功率  $P_s$  是：

$$P_s = \left(\frac{200}{3}\right) \times 10^3 [\text{W}]$$

于是得出负荷电阻  $R$  为：

$$R = \frac{P_s}{I_s^2}$$





$$= \frac{200 \times 10^3}{\frac{3}{\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2}}$$
$$= \frac{1}{2} \times 10^3 = 500 [\Omega]$$

设相电压  $E_s$ , 负荷的每相的阻抗  $Z_s$  是 :

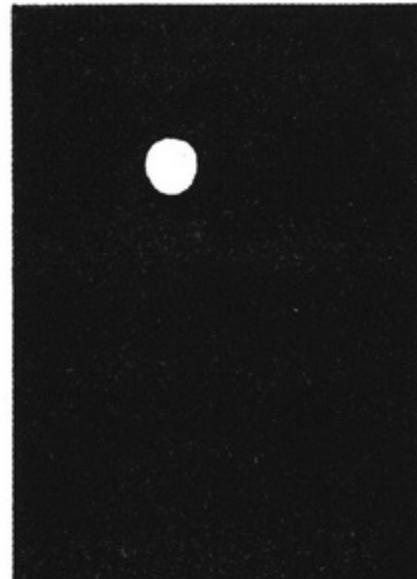
$$Z_s = \frac{E_s}{I_s}$$
$$= \frac{10 \times 10^3}{\frac{20}{\sqrt{3}}}$$
$$= 500\sqrt{3} [\Omega]$$

于是  $X[\Omega]$  的值为 :

$$X = \sqrt{Z_s^2 - R^2}$$
$$= \sqrt{(500\sqrt{3})^2 - 500^2}$$
$$= 500\sqrt{3-1}$$
$$= 500\sqrt{2} [\Omega]$$



做得很好! 现在什么问题都难不倒咱啦!





休斯，可以开始了吗？



随时！



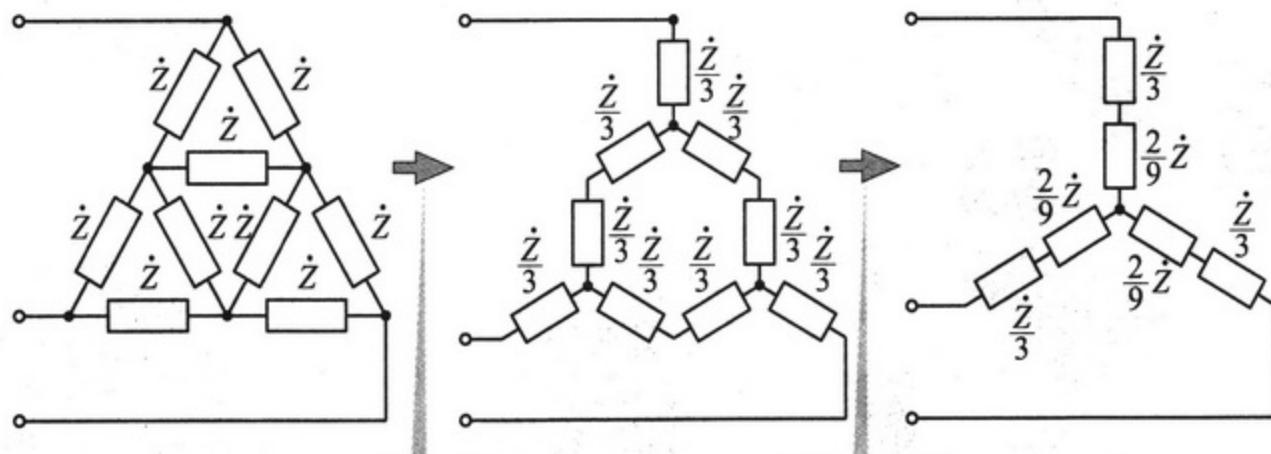
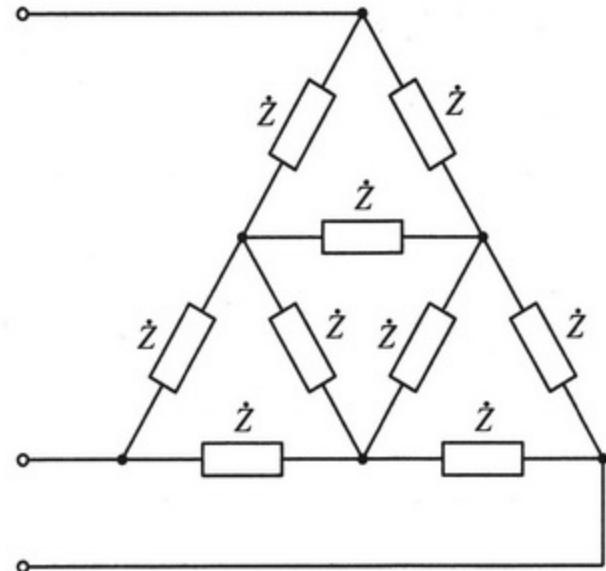
题目写在这张纸上。“求图中负荷的合成阻抗”。



嘿嘿，很有意思的电路哦。答案可以写在纸上吗？



嗯，可以。



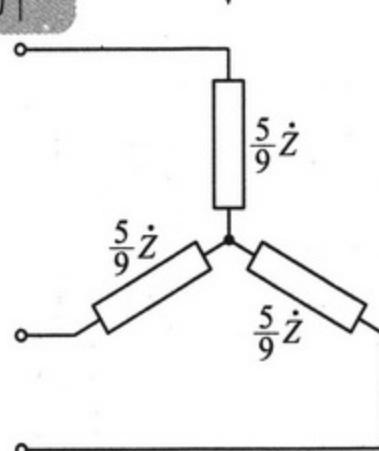
将外侧的△部分转换为Y

将中间的△部分转换为Y

做好啦！你看对吗？



学得很认真啊！完全正确！





# 小结

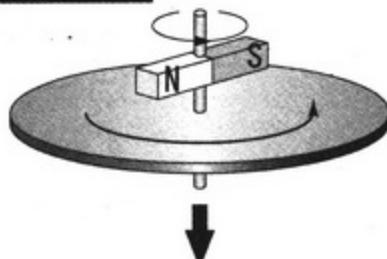
## 旋转磁场，变频电路

### ■ 旋转磁场

旋转阿拉戈圆盘，过一小会儿后磁铁也跟着旋转。如旋转磁铁或者圆盘，磁场也会旋转。这就是感应电动机的工作原理。

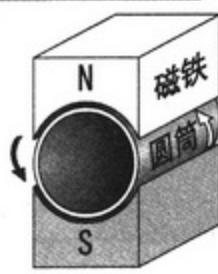
接下来我们将3个线圈以 $120^\circ$ 间隔放置，接通三相交流电，此时磁场和电流一样也发生正弦波变化。用向量表示即磁场以固定的角速度 $\omega$ 逆时针旋转。这就是旋转磁场。

#### 阿拉戈圆盘

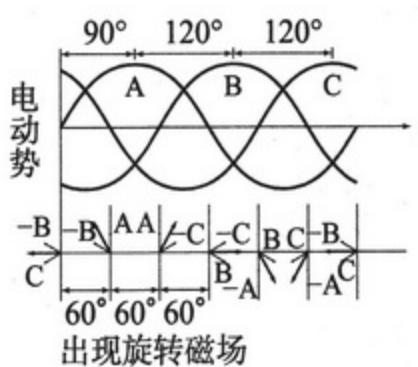
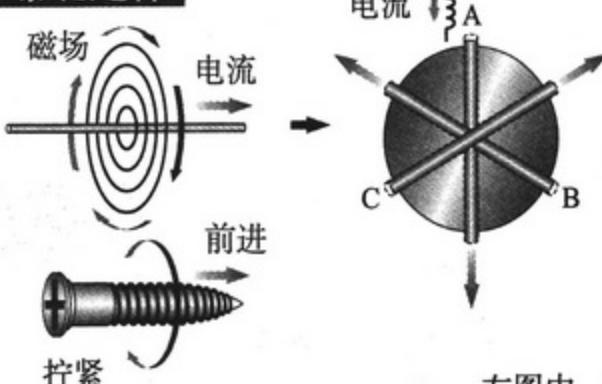


旋转圆盘后磁铁也跟着转动。

#### 感应电动机的原理



#### 右螺旋定律



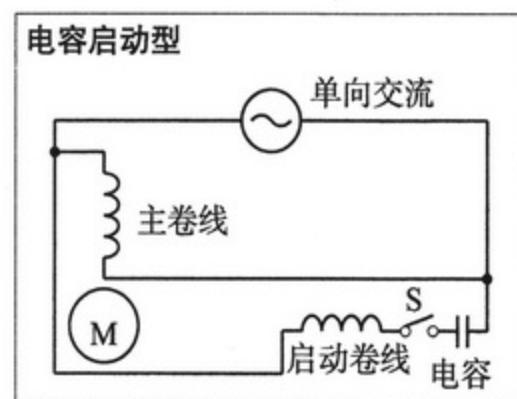
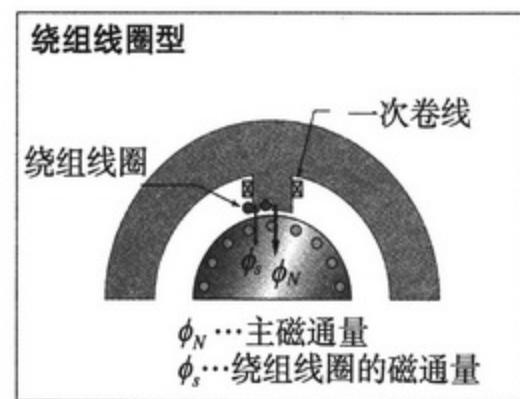
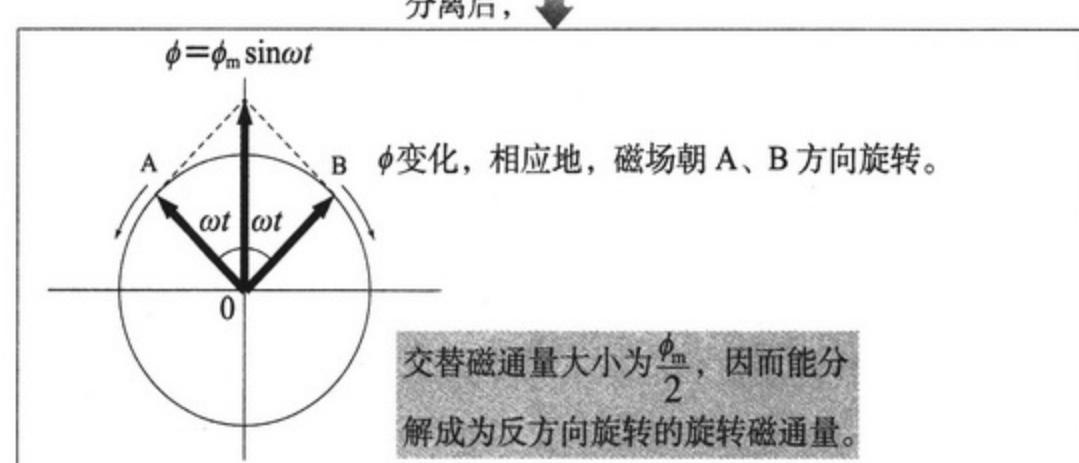
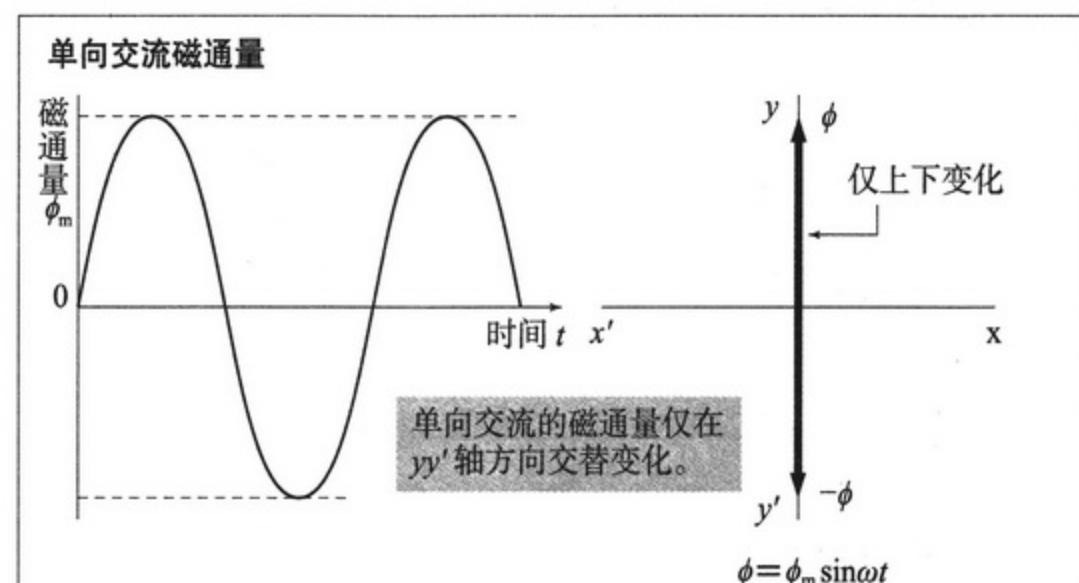
左图中，旋转磁场旋转60度为1圈



(注) 旋转磁场的方向和交流的相的方向相同。

## 单向交流电动机旋转的原因

一般家庭使用的电风扇等电器使用的都是单向交流电动机，但是单相交流电产生的磁场随时间或增或减，不断交替变化，它是一种交变磁场，在这种情况下磁场不会旋转。但是，我们可以将其切分变为互为反方向旋转的 $1/2$ 大小旋转磁场，因此只要通过外力使交变磁场朝某一方向启动，它就会朝那个方向旋转。为了能使其旋转，就需要安装“启动装置”。启动装置有各种不同种类，包括“绕组线圈型”“电容启动型”等。

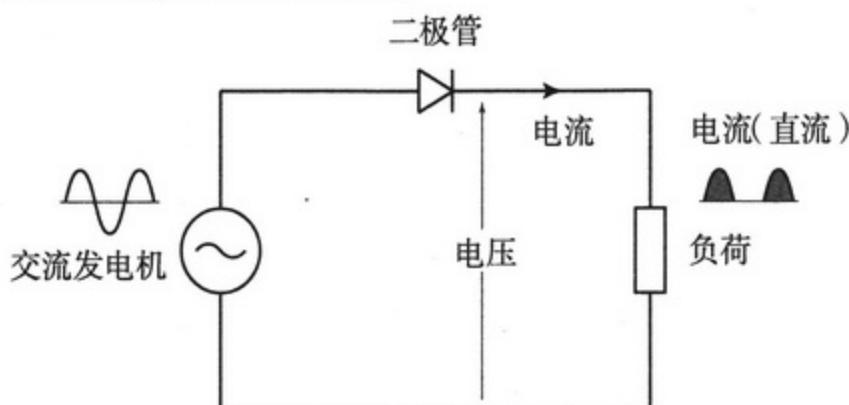


## ■ 变频电路

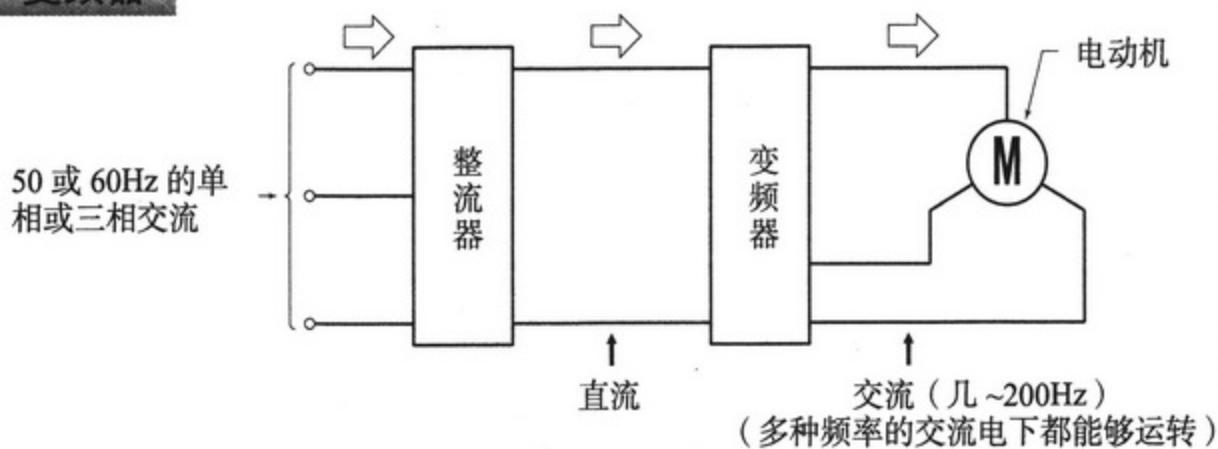
二极管只有一个方向流通电流，因此安装有二极管的电路能够将交流转换为直流。这种装置叫做整流器（也叫变流器）。

如将整流器逆向使用，就可以将直流转换为交流。这种类型的装置叫做变频器。变频器可以任意控制输出的交流电频率，因此被广泛地应用于需要控制电动机转数，譬如空调、吸尘器之类的电器之中。

### 安装二极管的电路



### 变频器



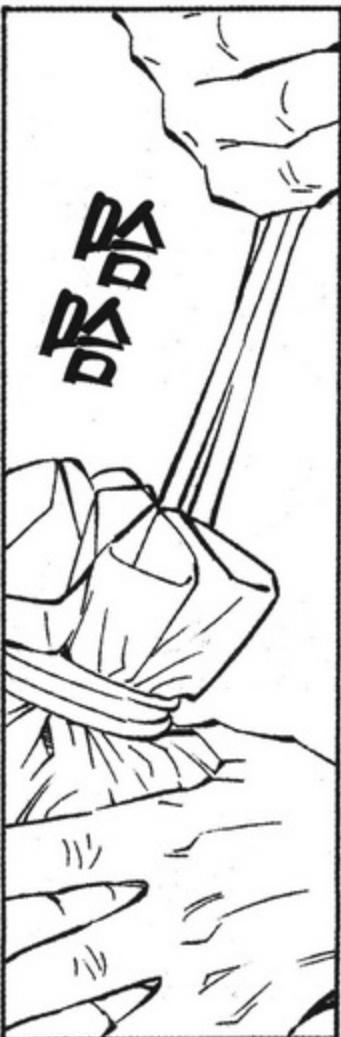
# 第5章

# 发电和输电













## 提高讲座⑥

# 发电和输电



这里要记住一个新东西——变压器。发电站发出的电，其电压并不太高，一般只有 6.6~11kV。要想将电输送到距离较远的地方，变压器是缺一不可的！有了它，50 万 V 的输电线都不在话下呢。一般情况下，发电站用功率表示发电能力，公式表示为：

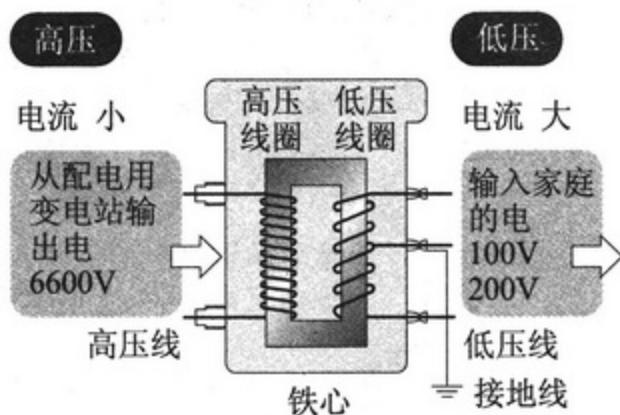
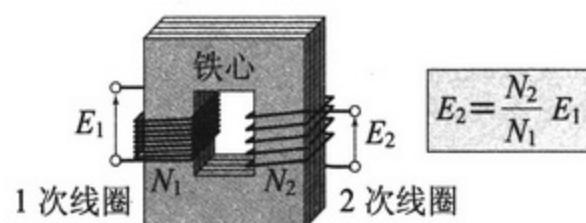
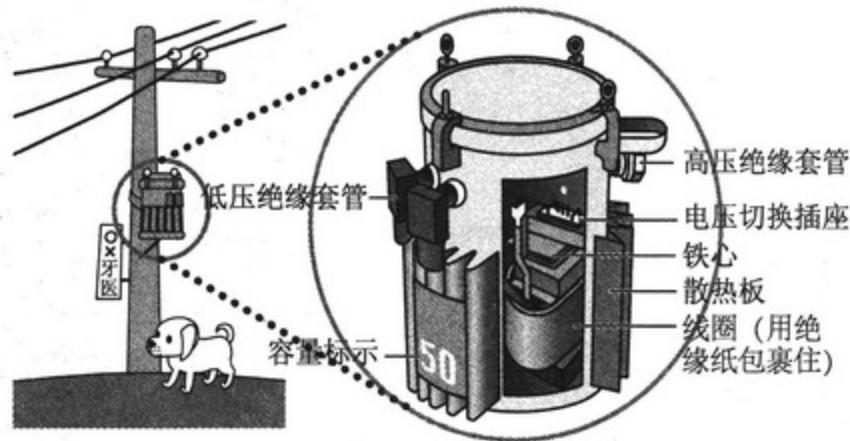
$$P=E \times I$$

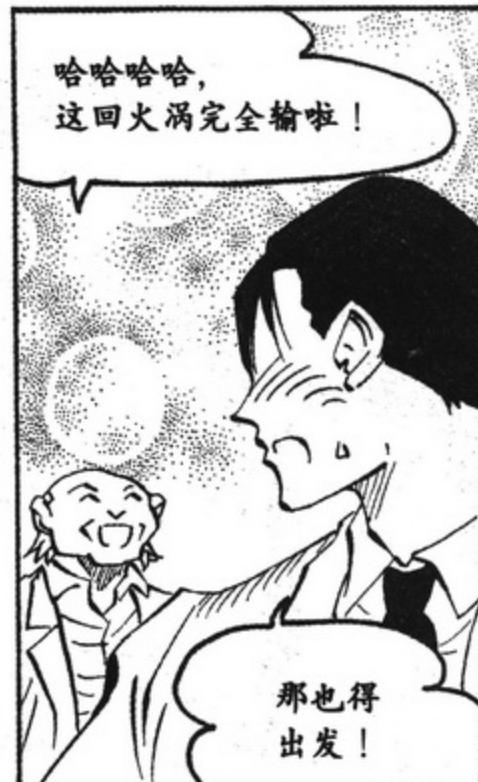
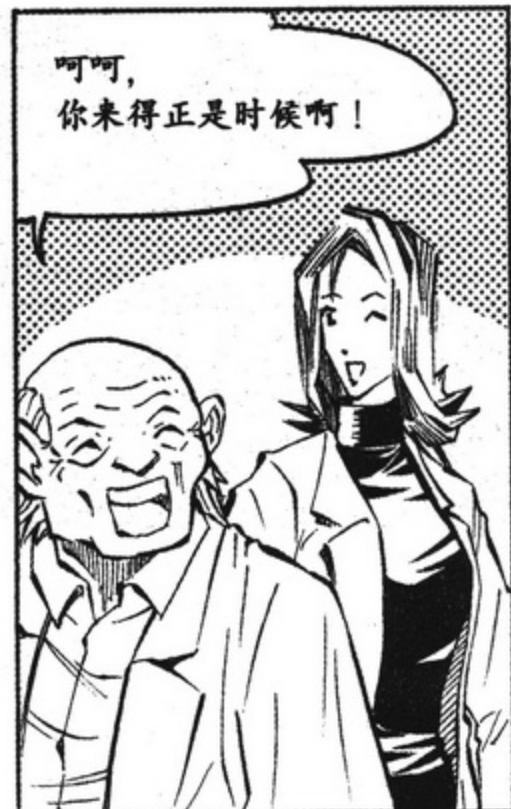
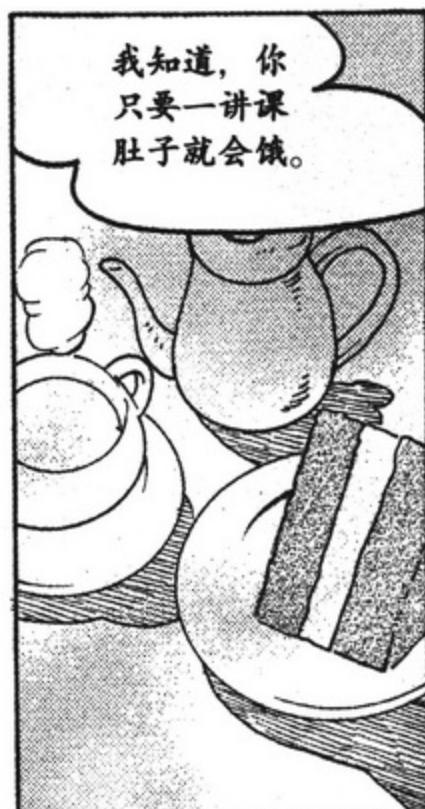
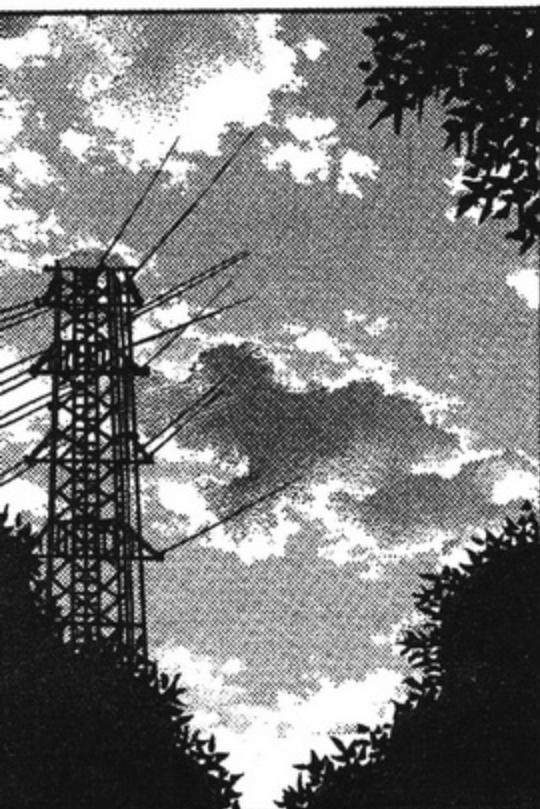
也就是说，要输送此功率大小的电时，只要升高电压减少电流就可以了。因为电流少了，输电过程中的损耗就会减少。通过变压器将低压电转换为高压电之后输出，再通过变压器重新转换用电负荷所需的低压电。和变压器相关的等式如下：设一次线圈的圈数为  $N_1$ ，二次线圈的圈数为  $N_2$ ，二次线圈一侧的电压为  $E_2$ ，则有，

$$E_2 = \left( \frac{N_2}{N_1} \right) \times E_1$$

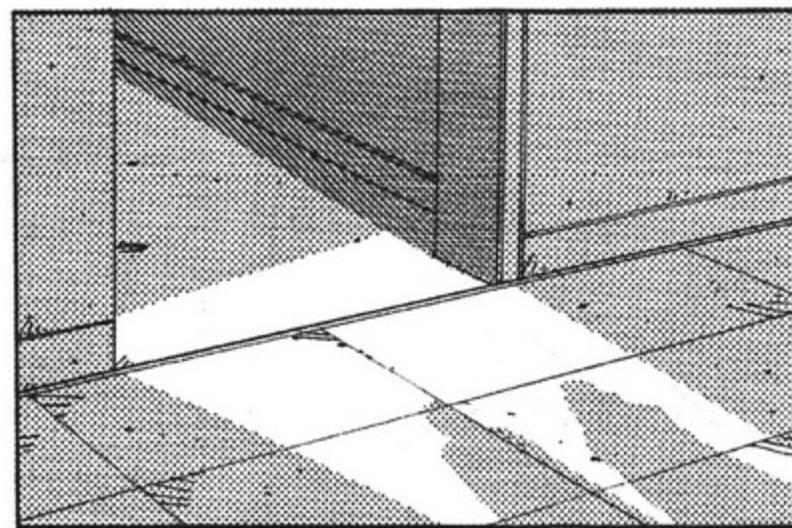
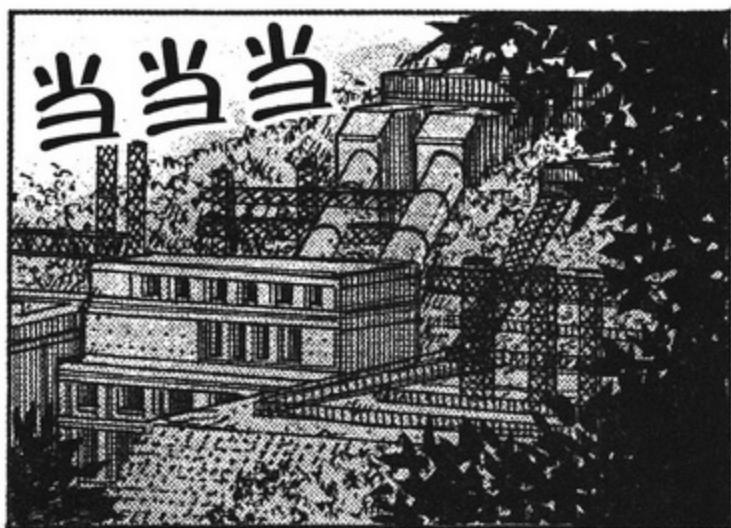
( $E_1$ =一次线圈一侧的电压)

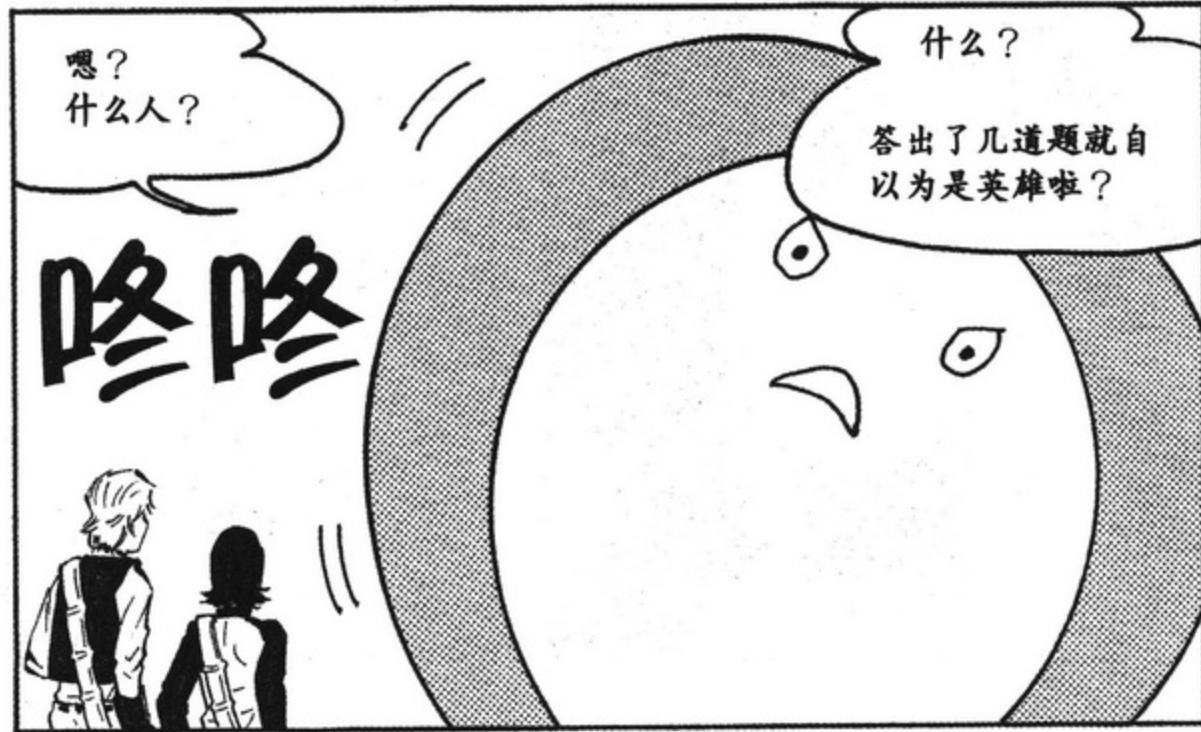
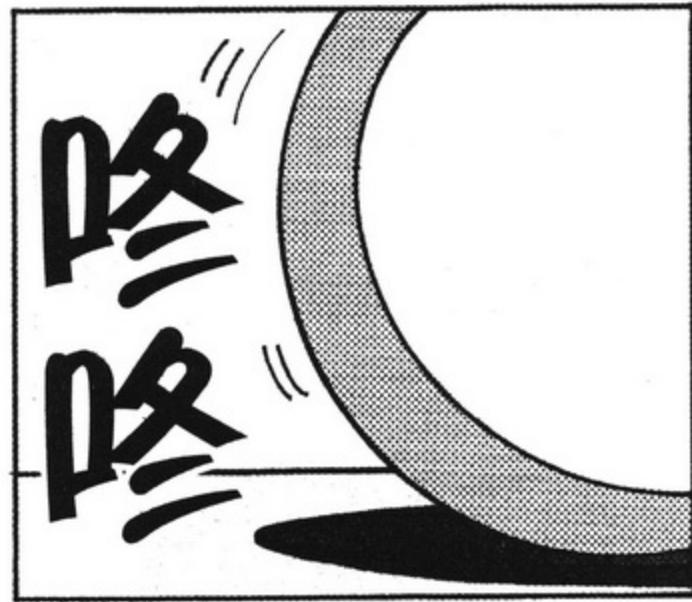
另外，为了防止输电过程中电力损耗，对输电线也要严加要求。输电损耗主要是由电线本身的电阻引发的电力消耗，有定律为证，即输电线的电阻与电线的长度成正比，与其横截面积成反比。所以，为了尽可能地减少损耗，就必须尽量增大输电线的横截面积，或者使用内部电阻小的材料制作电线。现在还有人在研究如何利用超电导。

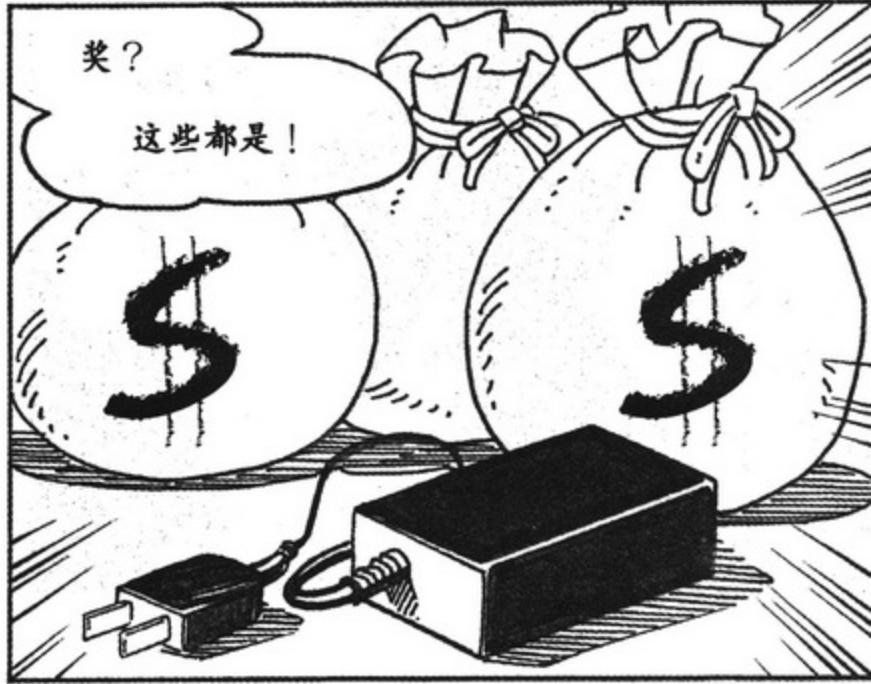




那也得  
出发！









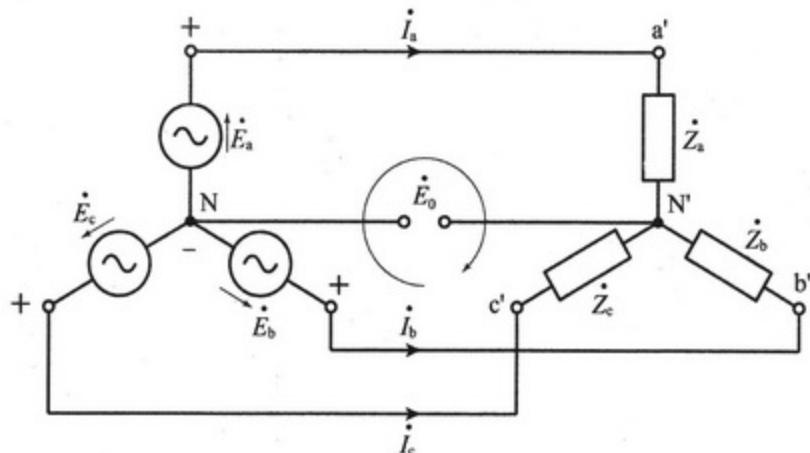
这是不平衡三相电路。求  $\dot{E}_0$ !



这个嘛！嗯……



(基尔霍夫、基尔霍夫……)



知道啦！

用基尔霍夫定律……

$$\left. \begin{array}{l} \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \\ \dot{Z}_a \dot{I}_a - \dot{Z}_b \dot{I}_b = \dot{E}_a - \dot{E}_b \\ \dot{Z}_b \dot{I}_b + \dot{Z}_c (\dot{I}_a + \dot{I}_b) = \dot{E}_b - \dot{E}_c \end{array} \right\}$$

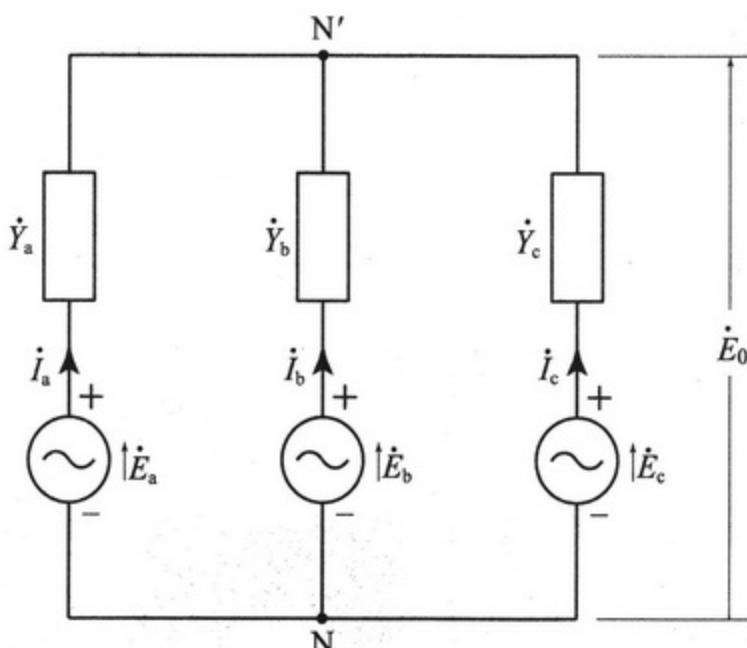
解得

中性点之间的电压  $\dot{E}_0$  为：

$$\dot{E}_0 = \dot{E}_a - \dot{Z}_a \dot{I}_a$$

对吧！

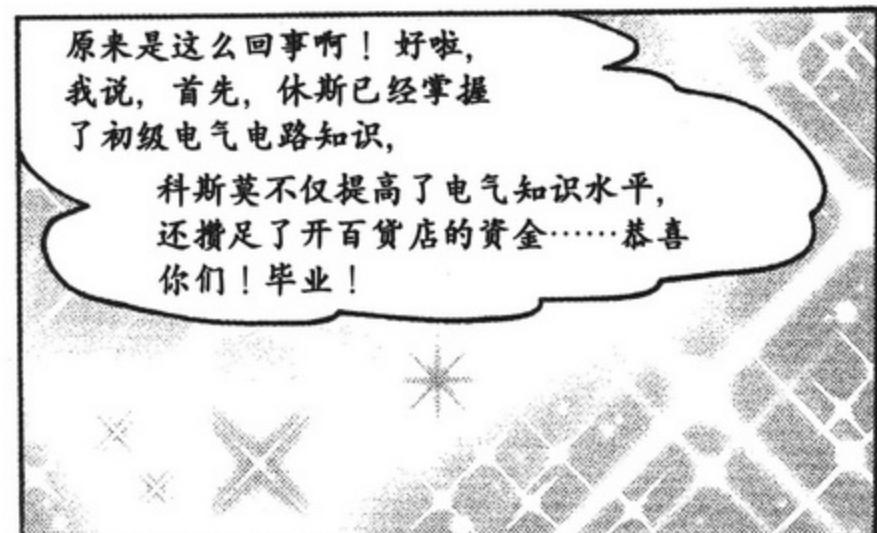
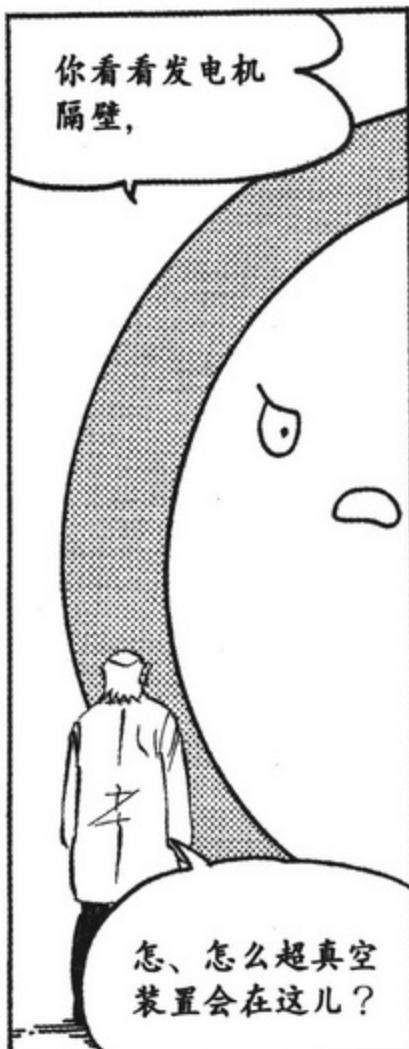
### 运用米耳曼定理



$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \frac{\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} \\ &= \frac{\dot{E}_a \dot{Y}_a + \dot{E}_b \dot{Y}_b + \dot{E}_c \dot{Y}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} \end{aligned}$$

### 米耳曼定理

$$\text{N-N'} \text{ 间的电压 } \dot{E}_0 = \frac{\text{N-N'} \text{ 间短路时各支路电流之和}}{\text{各支路电阻倒数之和}} [\text{V}]$$

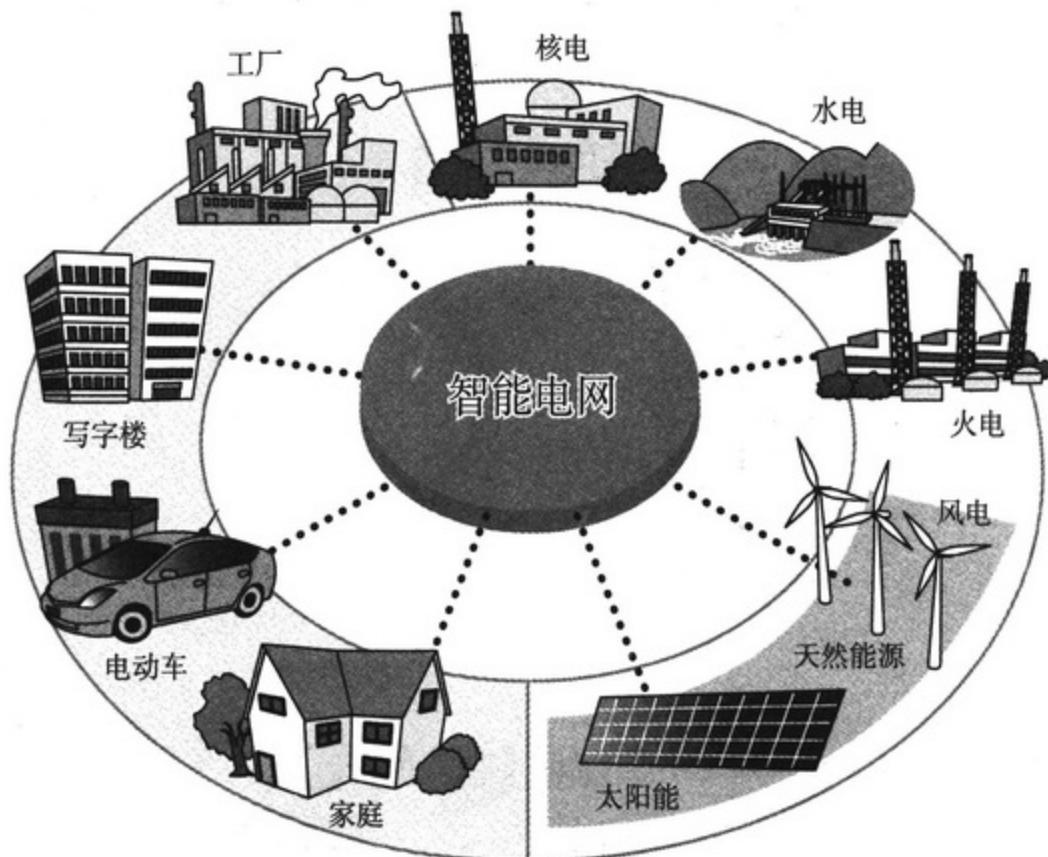


## 输电系统

### ■ 智能电网

所谓智能电网，就是通过现代IT网络技术，综合管理火力、水利、核能发电，以及风能、地热、太阳能发电等不同种类形式的发电设备，同时灵活控制家庭、办公室、工厂等地方的电力消费，从而达到电能的供给和消费的效率最大化。

为了能够实时监控电力需求、判断负荷变动情况以便在瞬间切换电源或控制电力供应，我们需要通过技术力量将太阳能电池或者风力发电等分散电源稳定地连接起来，人们甚至在研究怎样在夜间也能使家庭用电动车充电或者给电池蓄上电。在不久的将来，输电系统将更加节能；构筑智能输电网络的成本将更低。这就是智能电网的目标所在。



## ■ 微波输电技术

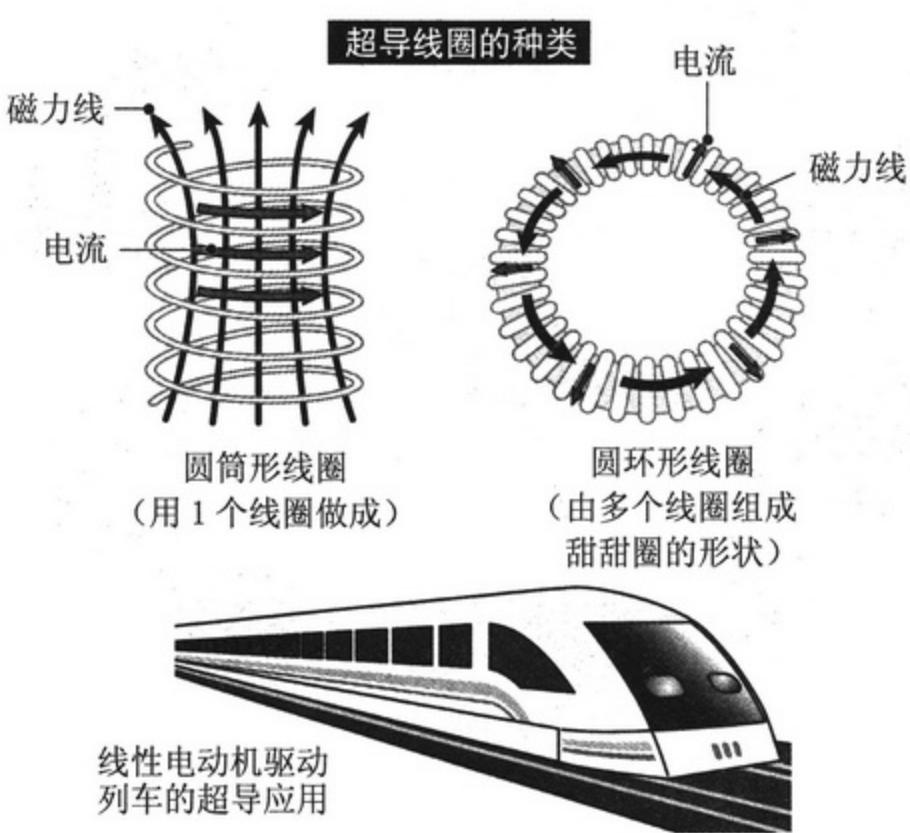
发电站发出的电力一般都靠输电线进行传输，而微波输电则无需输电线，它直接将电力转换为微波，然后像移动电话一样无线传输，再还原为电力输送给用户。这种技术最早应用于太空太阳能发电系统，现在，人们开始期待将这种技术的运用扩大到向离岛或远距离输电，甚至向机器人、电动汽车无线输电。

微波输电系统主要由微波输电辅助系统（信号发射器）、微波波束发生控制辅助系统（高精度波束输电控制装置）、微波接电整流系统（接电、整流装置）构成。人们希望微波技术能够广泛地应用到更多的领域，但是微波对人体、生物、环境和通信系统产生怎样的影响，以及如何避免这些影响仍然是亟待解决的课题。

## ■ 超导技术

某些金属在温度降至0K（-273℃）附近时电阻几乎为零，这种现象被称为超导态。

由于超导体的电阻基本为0，因此通过的电流不会发生损失。人们利用这个规律研制出各种各样超导机器设备。比如应用在核融合与磁悬浮列车上的超导磁铁，用于线性电动机驱动列车的超导同期发电机，以及超导电缆、



超导变压器等。利用超导无阻效应传输强大容量电流的同时，输电设备做到小而轻，于是输电损失更加为零，结果输电效率大幅提高。维持低温的冷却方法是使用液态氦。

此外，超导还可以蓄电。假设，直流电流  $I[A]$  通过电导  $L[H]$ ，那么就有的磁

$$\frac{1}{2}LI^2[J]$$

能被储藏起来以备使用。假如线圈是超导电线，电流通过时线圈两端短路，电流无损失，故电流可永久不停地流动。超导线圈的种类有由一个线圈做成的圆筒形线圈，还有由多个线圈排成甜甜圈形状的环形线圈。

超导储电的效率高，反应速度快，人们期待这一新的储电方式能够带来更加平衡而稳定的电力系统。

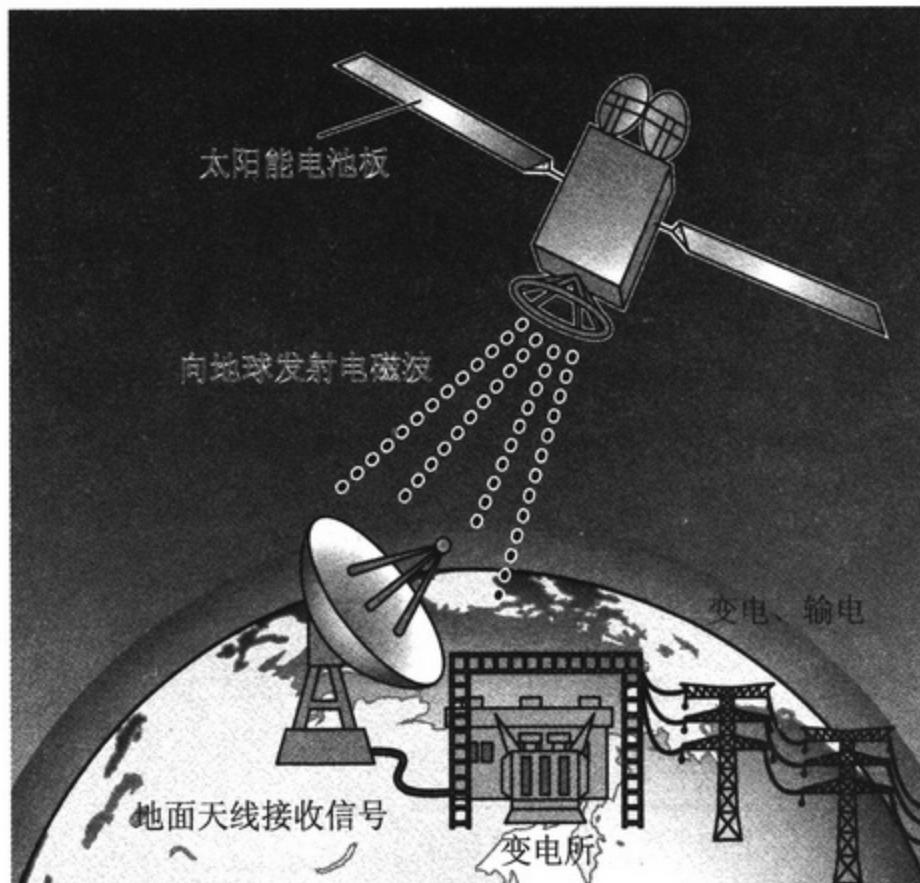
## 发电系统

### ■ 太空太阳能发电

太空太阳能发电是指，向太空发射载有巨大太阳能电池的太阳能发电卫星（SPS：Solar Power Satellite），卫星将太空中强大的太阳能聚集起来，然后将能量集中射向地面，再转变为电能供人类使用。太空太阳能发电主要有两个系统构成，一个是太阳能电池发电系统，它能通过太阳能面板将太阳能转换成电能；另一个是微波输电系统，它能将发出的电能转化为微波，并将信号精准地送至地面，然后再由地面或海上的天线接收。

在宇宙空间使用太阳能不同于在地面，由于太空中没有昼夜气候的变化，电力供给能够始终保持稳定。由于在供给电能时不会产生二氧化碳，电能被视为终极清洁能源。

作为太空太阳能发电的必要的技术，太空传输、大



型设备组装、太阳能发电、微波输电、半导体技术、遥控技术、输配电技术等，每一项都需要集结诸多优秀现代技术才能得以实现。

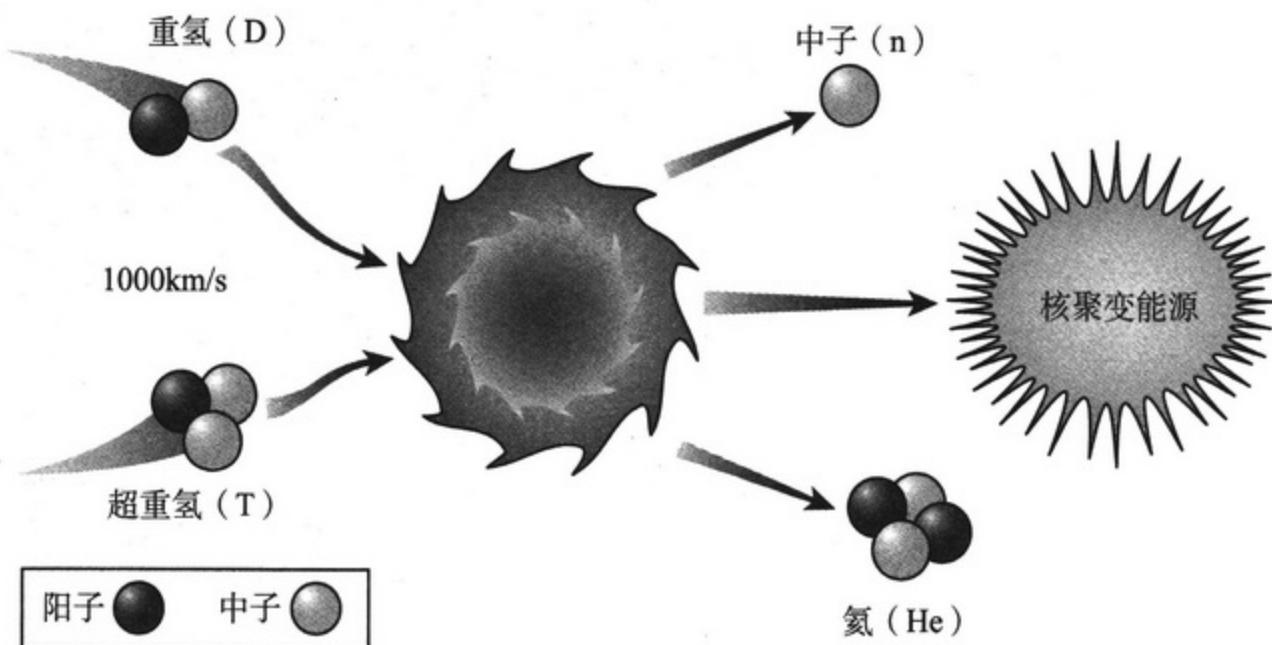
随着约 100 万 kW 级的供电成为可能，所需的设备也变得更大——此时需要 2 枚面积为  $2\text{km} \times 4\text{km}$  的太阳能电池面板，而接收信号的天线直径更长达 10km。并且为了实现目标，在研究怎样减少太空传输的成本、实现发电系统高效、小型、轻量化的同时，完善微波输电技术也是当务之急。

## ■ 核聚变发电

将两颗原子核对撞后再使之结合就是核聚变。在核聚变的过程中会释放出极大的能量。核聚变发电就是要利用这一能量进行发电。

实际上要做到核聚变是很困难的：两颗原子核同样各自带正电，因此当它们撞在一起时，也会有相互排斥，并且它们外侧围绕着的电子也是一道阻碍。最容易做到的核聚变反应办法是将相斥力较小的重氢 D（氘）和超重氢 T（氚）结合，也就是将两者以 1000km/s 的速度超高速相互撞击后融合，最后产生氦和中子。此时，1 克氘能够产生大约相当于 8 吨煤的超大能量。

在 10 万℃以上高温下原子核和电子发生电离然后各自独立，这种状态叫等离子。而为了聚变原子核，必须将等离子保存在极度高温中——氘必须为 6 亿℃，氘 - 氚必须为 1 亿℃左右。为此，必须保证被锁闭的等离子不接触到核聚变炉壁。至于锁闭方法，目前人们正在研究的有磁性和惯性两种办法。磁性



办法的典型是利用在托卡马克形，也叫圆环形线圈的线圈和等离子中流动的环状电流产生的合成磁场，将等离子锁进甜甜圈状的环状部分。

## ■ 燃料电池

燃料电池就是一种将天然气、甲醇、煤气等燃料经过重整、裂解后获得的氢（燃料）与空气中的氧发生与水电解相反的化学反应并直接发电的发电装置。即使在输出较小的情况下，燃料电池的发电效率也能高达 40%~60%，如果再加上废热的循环利用，综合发电效率甚至有可能达到 80%。虽然叫做燃料电池，但因为它并不是直接进行燃料燃烧，所以产生的  $\text{NO}_x$  和  $\text{SO}_2$  很少，可有效地保护环境。

燃料电池按电解质的不同被划分为多个种类，包括磷酸盐型、熔融碳酸盐型、固体电解质型、固体高分子型等。人们很早就开始进行 1 万 kW 级的大规模燃料电池的研究开发。而近年来，针对家庭和汽车使用的小型固体高分子型燃料电池的研制也不断取得新的进展。

## ■ 太阳能发电

太阳能发电指的是利用太阳能电池将太阳能直接转化为可用电能。这种系统无需驱动设备，容易保修，并且能够根据需求或地形灵活设计。太阳能电池也叫光能电池，是一种利用光电动势效果将光能直接转变为可用电能的电力装置。除了目前主流的晶体硅材料太阳能电池，还有其他各种以化合物半导体等为材料的电池正在投入使用，它们在任何有阳光的地方都可以发电，而且无论安装的电池规模有多大，它们的发电效率都一致。要使太阳能发电真正达到实用水平，降低成本以及提高太阳能光电变化效率等问题仍亟待解决，尽管如此，作为一种对防止地球温室效应有着积极作用的新能源，对它的研究和应用正受到越来越多的重视。

尤其在最近，由电力公司主导的 2 万 kW 级大规模太阳能发电项目已经开始运作。

## ■ 风力发电

风力发电，顾名思义，就是一种利用风的力量进行发电的方法。风力是一种干净、永不枯竭的能源，人们从很久以前就开始学会利用风能，比如建造风

车和帆船。发电用风机的造型通常都是水平轴螺旋桨形状，也有根据实际用途制作的垂直轴（达里厄式、加洛米尔式、萨波尼式）风机。最近人们的主要研究方向是大型化 2500kW 级风力发电，以及，未来怎样在海面上实现风力发电。

风力发电的优点是产生的温室气体很少，不需要燃料驱动且能够持续使用，此外，从经济角度看也有其优势。需要解决的缺点则包括输出功率不稳定等。

## 必要设备

### ■ 热 泵

在自然界的水和空气中，存在着很多可以利用的热能。正如水泵能够将水从低处送往高处，热泵可以把热量从低温抽到高温，整个过程中它本身只消耗很小一部分能量。热泵技术被广泛用于空调、热水器等产品。

热泵的工作原理是，使冷媒  $\text{CO}_2$  等压缩、膨胀，利用冷媒在气化和液化过程中产生的剧烈的温度变化，与室外气体进行热交换。

热泵的效率单位是 COP（空调房等的能力 [kW]/ 所需电力 [kW]），比如 COP4 的意思就是，用 1kW 的电功能够满足 4kW 空调房的运转。因此，热泵被誉为“温室效应解决方案的王牌”。

### ■ LED 照明

人们日常使用的照明设备有白炽灯和荧光灯等，最近又出现了一种新型照明设备——LED（发光二极管）。LED 具有非常优秀的使用特征。

LED 的最大特点是寿命长、个体小。又由于其优秀的辨识性，还被广泛应用于交通信号灯等。LED 的寿命长达 4 万多个小时，即使每日使用 10 个小时也能连续使用 10 年。还有，因为 LED 个头小巧，很容易满足各种设计要求。LED 中不含紫外线和红外线成分，所以它还适用于艺术品照明等。此外它在低压状态下也能发光，并且调光简便。目前 LED 的问题是为获得高输出功率使大电流通过时发热增加、发光效率降低。不过最近人们开始着手开发新的技术以期提高发光效率，希望能为节能做出更大的贡献。照明领域完全被 LED 取代的时代看来离我们越来越近了。

### ■ 电力线互联网

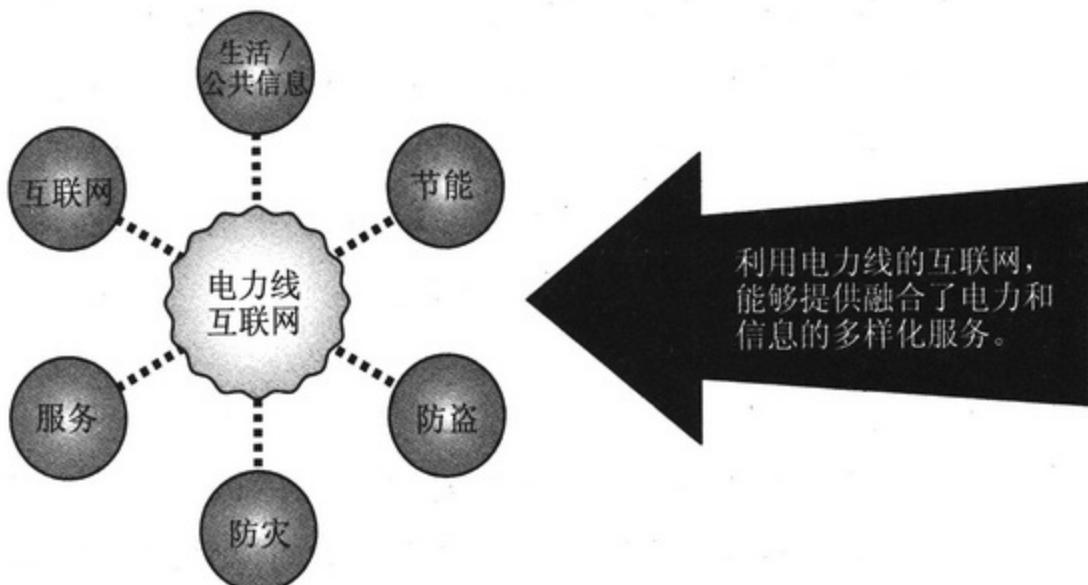
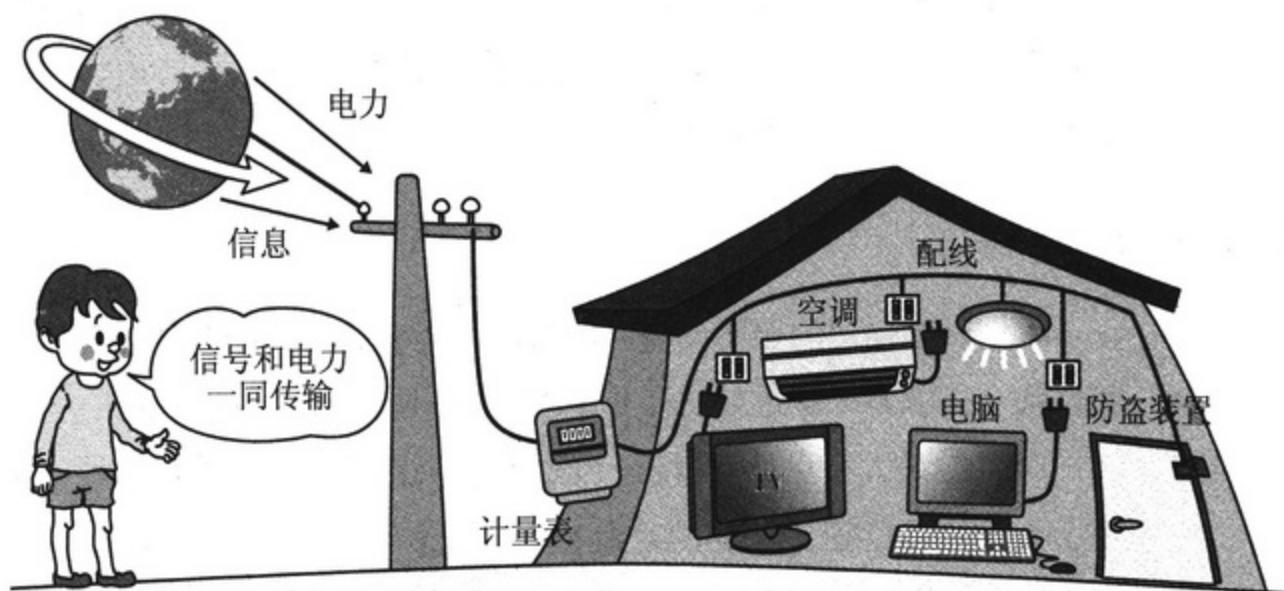
通常被称为高速电力线通信技术（简称 PLC），是指用普通电力线传输高速数据的一种通信方式。接入互联网，就可以通过室内配线控制家庭用的各种电器设备。

原理是，将载有信息的高频加载于一般的电灯线的正弦波交流，然后用电

力线传输——这是最典型的方式。然后，为了使计算机为人们提供更多的服务，我们将计算机接入电力计，使计算机能够自如地控制通过家庭配线连接在一起的所有家用电器。

有了电力线互联网技术，不仅仅大互联网，甚至人们家用的内部网络只要利用家庭配线就能简单地搭建完成。此外，人们可以使用电力线技术实现智能自动抄表、智能房屋保安、家庭节能信息统计等各式服务。

该技术作为一种利用高压输电线路向一般家庭传输高速互联网信息的手段，正在被积极研究开发其应用。





## 提高讲座⑦

# 电气电路用语



## 基础篇

**电 荷** 物质自身带有电气叫做带电，所带的电气量叫做电荷。

**离 子** 带电的原子。原子本来为电中性，因为经常会得到或者失去电子而成为带正电的阳离子或带负电的阴离子。

**电 场** 静电活动的场所。静电场的简称。

**磁 场** 磁力的活动空间。磁力用磁力线表示，从 N 级出、S 级进。

**电 磁 力** 磁场和电流互相作用的力。电磁力的方向可根据弗莱明左手定则判断。

**电磁感应** 穿过线圈的磁通量发生变化时引起线圈产生感应电动势的现象。电动势的方向可根据弗莱明右手定则判断。

**电 动 势** 引起电位差并促使电流不断流动的力。

**电 压** 促使电流流动的电源的作用量。

**压 降** 电流流过某物质，如流出点的电位低于流入点的电位，那么就叫做压降，两端电压下降遂产生电位差。

**电 位** 相对于电压 0 的某点的电压。

**电 位 差** 某 2 点间产生的电位的差，也就是电压差。

**电 源** 电池或发电机等提供电压以促使电流不断流动的一种装置。

**导 体** 能通过电流的物质。不能通过电流的叫绝缘体。

**负 荷** 承受电力，消耗电能的载体。

**串 联** 将电气器件等依次纵向联结的方式。

**并 联** 同一电压施加于所有相连电气器件两端的联结方式。

**交 流** 家庭或工厂使用的电力，方向和大小均随时间作周期性变化的电压和电流。

**频 率** 交流电每秒流动的次数。

**周 期** 交流电 1Hz 所需要的时间。

**有 效 值** 在同等时间里，交流电和直流电通过某电阻产生的热量相等，就说这一直流电的电流值是这一交流电的有效值。



## 实用篇

- 地 线** 电气电路或机器的一头用导线联结，然后再与地面相接，这叫做接地。目的是防止触电或者保护设备。
- 架空输电线** 利用电线杆等架起连接的电线。架线就是指安装电线。
- 输 电** 将电从发电站输送到用电场所附近的变电站。
- 短 路** 有电位差的某两点被联结。
- 接地短路** 由于异常事故，造成带电位的电气电路的一部分与大地连接的状态。
- 配 电** 配电用变电站到用电场所之间的线路。
- 放 电** 电流在空气中流动的一种现象。气体通常情况下都是绝缘体，不会导电，但是如果对其施加高压，就会产生流动电流。
- 电力系统** 从发电到电消耗的整个过程。电力系统由发电站、输电线、变电站、配电线等组合而成。
- 断 路 器** 电器运行和发生故障时，切断这一部分与电路相连的装置。
- 避 雷 针** 防止用电设备被雷电引起的高压损坏的一种装置。
- 单 线** 断面为圆形的一条电线。
- 绞合金属线** 由几根至数十根单线绞和在一起的电线。这时称单线为芯线。
- 绝 缘 子** 在将电线安装到电线杆或者铁塔等支撑体时，使电线从支撑体绝缘的一种装置。通常用玻璃或者陶瓷制成。
- 容许电流** 在电线中不损伤电线并能够持续流动的电流的最大值，取决于电线的物理性质、电线的容许温度范围、电线的设施状况等。
- 过 电 流** 大于电气设备器件或电线的承受能力的电流，包括过载电流和短路电流。
- 保 险 丝** 保护电气设备器件等不被过电流伤害的一种装置。一旦发生过电流，保险丝（铅或者铅和锡的合金等）自身将会熔断切断电流，从而保护电路安全运行。

**变 频 器** 使直流电转换为交流电的装置。被广泛用于空调和频率转换装置等。  
**变 压 器** 使交流电转换为直流电，或将交流频率从 50Hz 调到 60Hz 的装置。

## 希腊字母

电气理论或电气电路计算中经常出现大量的希腊字母。现在我们将这些不知在哪看过或听过的字母都凑到一起，用心记一记还是很有趣的。这里不涉及文法，记住他们应该不难吧。

大写字母	小写字母	读法	主要用途
A	$\alpha$	阿尔法	角度, 系数, 面积
B	$\beta$	贝塔	角度, 系数
Γ	$\gamma$	伽玛	角度, 比重, 电导系数
Δ	$\delta$	德尔塔	微小变动, 密度
E	$\epsilon$	伊普西隆	(小写) 自然对数之基数 =2.71828, 微小量, 电容率
Z	$\zeta$	泽塔	(大写) 阻抗, 垂直轴
H	$\eta$	伊塔	(小写) 效率, 磁滞系数
Θ	$\theta$	西塔	角度, 位相差, 时间常数
I	$i$	约塔	
K	$\kappa$	卡帕	(小写) 电容率
Λ	$\lambda$	兰姆达	(小写) 电导系数, 波长
M	$\mu$	缪	(小写) 磁导系数, 真空管增幅率, 微(百万分之一)的简称
N	$\nu$	纽	(小写) 磁阻系数
Ξ	$\xi$	克西	
O	$\circ$	奥米克戎	
Π	$\pi$	派	圆周率(3.14159…), 角度
P	$\rho$	柔	电阻系数
Σ	$\sigma(\varsigma)$	西格玛	(大写) 总和, (小写) 电导系数
T	$\tau$	陶	时间常数, 位相的时间差, 扭矩
Υ	$\upsilon$	宇普西隆	
Φ	$\varphi$	斐	(大写) 磁通量, (小写) 感应磁通量
X	$\chi$	希	(大写) 电抗
Ψ	$\psi$	普西	感应磁通量, 位相差, 角速度
Ω	$\omega$	奥米伽	(大写) 电阻单位, (小写) 角速度 = $2\pi f$



## 电气电路的单位

国际单位制是由所有国家认可并采用的统一实用单位制，也叫 SI 单位。

SI 单位首先有 7 个基本单位和 2 个辅助单位。2 个辅助单位分别为表示位相角和平面角等的“弧度”( rad ) 和表示立体角的“球面度”( sr )。接着还有由这些基本单位和辅助单位组合而成的组合单位，在这些组合单位中，又有 17 个用发现者等固有名称命名的单位。SI 单位还可以作为前缀，用来表示 10 的整数倍数字。例如，1m 的 1000 倍可以写成 1km。最近人们热议的纳米( nano ) 技术中的 nano 就是表示  $10^{-9}$ ，即十亿分之一。

电气单位的组合定义如下：

1 伏 [V]	1A 不变电流每秒钟流动的电量。
1 法 [F]	当电容器充 1C 的电量时，两电极之间出现 1V 的电压。
1 亨 [H]	一闭合电路的电感，当流过该电路的电流以 1A/s 的速率均匀变化时，在电路中产生 1V 的电动势。
1 韦伯 [Wb]	当磁通量与一闭合电路相交，并均匀减少直到产生 1V 电动势时，每一秒钟变化的磁通量。
1 焦 [J]	对电气电路施加 1V 正弦波电压时，与电压位相相差 $\pi/2$ 的 1A 的正弦波电流流动时的无功功率。
1 伏安 [V · A]	对电气电路施加 1V 正弦波电压时，1A 正弦波电流流动时的视在功率。



## 电气电路的图标

电气电路中使用的图标是 JISC0617 规定的通用图标。下面是其中一些常用的图标，大家也来试着画一画吧。

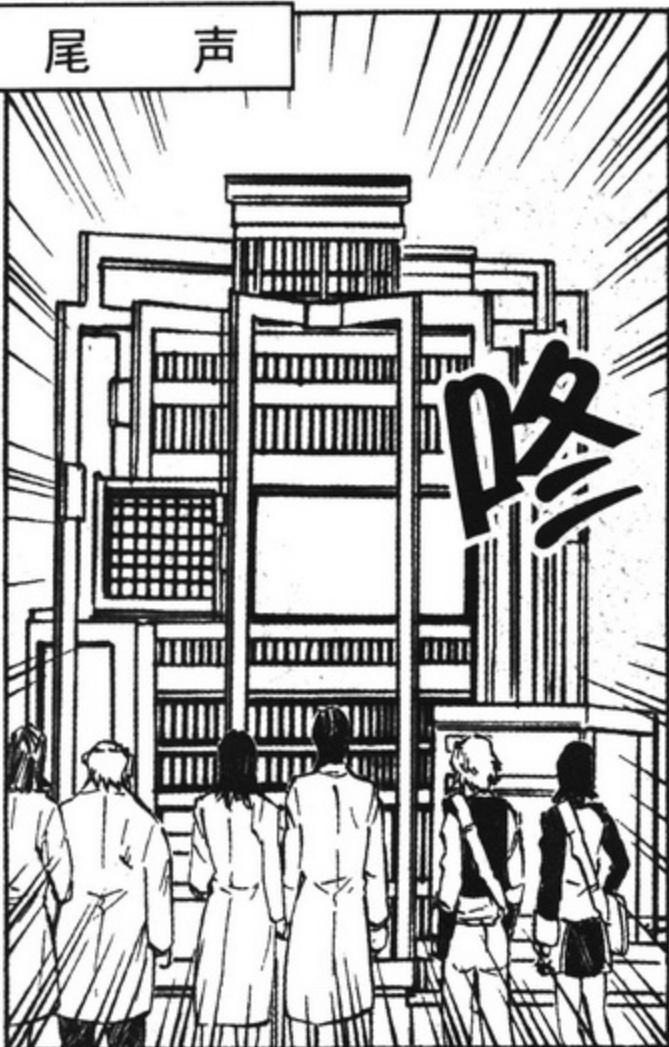
图 标	说 明
— —	直流
~	交流 例 交流 50Hz 交流频率范围 100~600kHz
— ⊥	接地（常用图标）
— / /	机壳接地 底盘接地 表示机壳接地或底盘接地的线较粗，可以省略斜线。
○ —	理想电流源
○ ○	理想电压源
— L	故障( 测定故障地点 )
— L —	跳火、破坏
•	连接点、连接处
○	端子
M 3~	三相框体形感应电动机
* 例 V ( 电压表 )	指示器 图标中的星号可用以下任意一个代替 • 表示测定量单位的符号或者该单位的倍数或约数 • 表示测定的量的文字符号 化学公式 图标
A	电流表
↑	检流表
W	功率表
Ω	电阻表

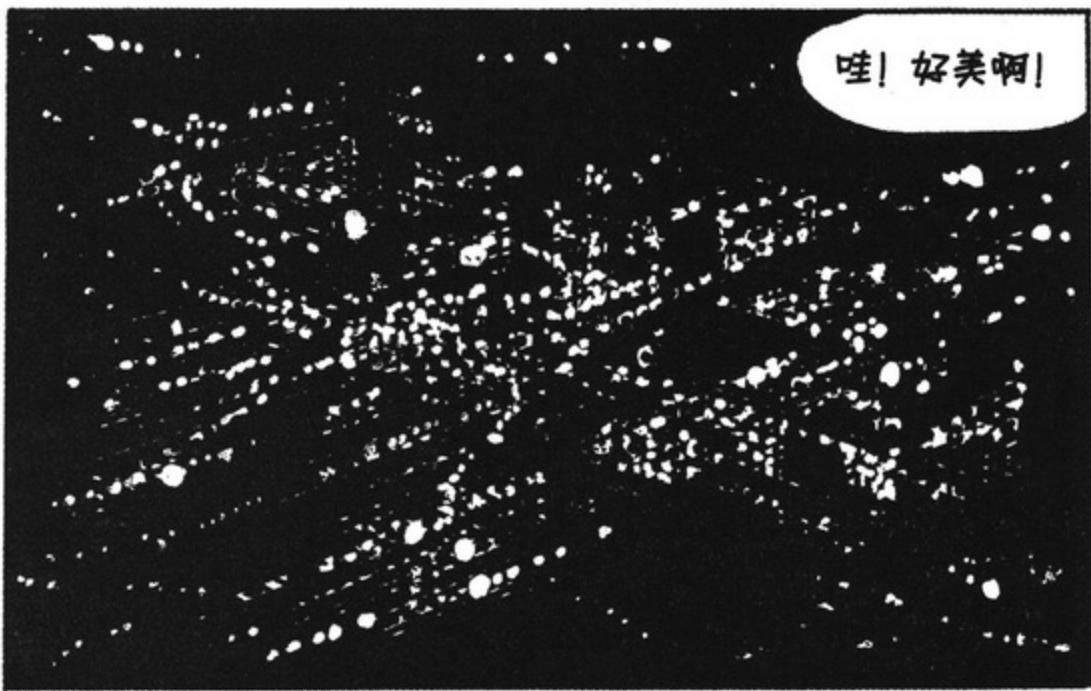
( JIS C 0617 节选 )

图 标	说 明
	灯 IN : 白炽灯 Ne : 霓虹灯 EL : 荧光灯 Hg : 水银灯
	半导体二极管(常用图标)
	发光二极管(LED)(常用图标)
	电阻(常用图标)
	可变电阻
	电容
	可变电容
	电感线圈, 线圈, 卷线, 扼流圈 例
	插有磁心的电感线圈
	2个卷线变压器 例
	2个卷线变压器(表示瞬间电压极性时用)
	3个卷线变压器
	一次电池, 二次电池, 一次电池或者二次电池 (长线表示阳极(+), 短线表示阴极(-))
	保险丝(常用图标)
	带保险丝的开闭器
	带保险丝的断路器
	放电口
	避雷针

(JIS C 0617节选)

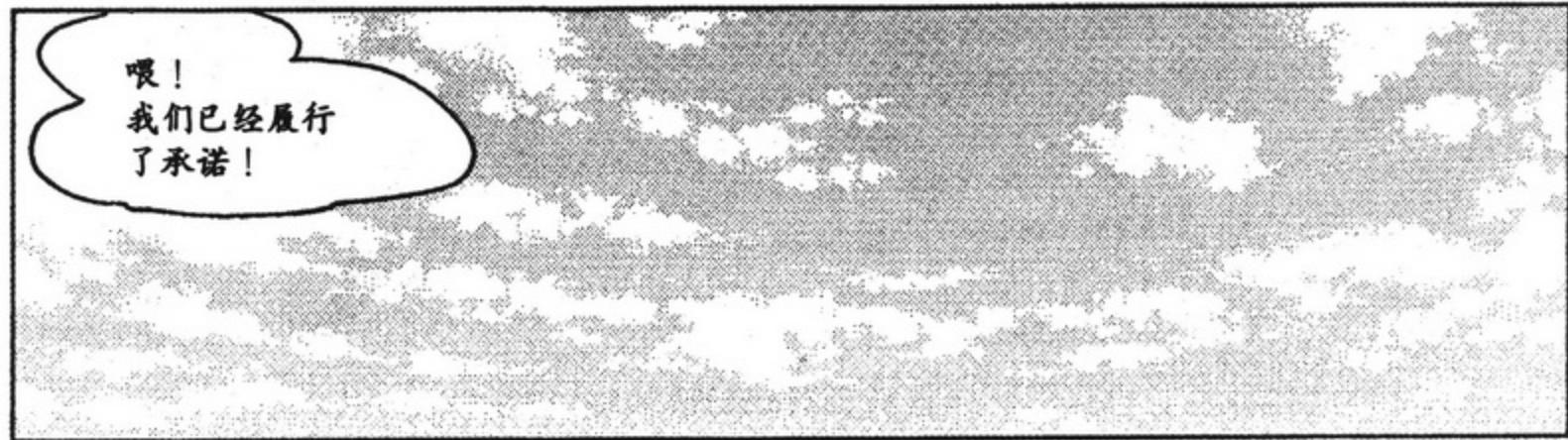
尾 声













( TN-1059.0101 )

责任编辑：王 炜 赵丽艳

责任制作：董立颖 魏 谨

封面制作：许思麒

用漫画这种形式讲数学、物理和统计学，十分有利于在广大青少年中普及科学知识。

周恩来、邓颖超秘书，周恩来邓颖超纪念馆顾问  
中日友好协会理事，《数理天地》顾问，全国政协原副秘书长

李锐

用漫画和说故事的形式讲数学，使面貌冷峻的数学变得亲切、生动、有趣，使学习数学变得容易，这对于提高全民的数学水平无疑是功德无量的事。

《数理天地》杂志社 社长 总编  
“希望杯”全国数学邀请赛组委会 命题委员会主任

周国镇

用漫画的形式，讲解日常生活中的数学、物理知识，更能让大家感受到数学殿堂的奥妙与乐趣。

《光明日报》原副总编辑  
中华炎黄文化研究会 常务副会长

鲁淳

科学漫画是帮助学习文科的人们用形象思维的方式掌握自然科学的金钥匙。

中国人民大学外语学院日语专业 主任  
大学日语教学研究会 会长

成同社

在日本留学的时候，我在电车上几乎每次都能看到很多年轻的白领看这套图书，经济实惠、图文并茂、浅显易懂，相信这套图书的中文版也一定会成为白领们的手中爱物。

大连理工大学 能源与动力学院 博士 副教授

郭立东

我非常希望能够在书店里看到这样的书：有人物形象、有卡通图、有故事情节，当然最重要的还有深厚的理工科底蕴。我想这样的书一定可以大大提升孩子们的学习兴趣，降低他们对于高深的理工科知识的恐惧感。



北京启明星培训学校 校长

陈伟

书中的数学知识浅显实用，漫画故事的形式使知识贴近生活，概念更容易理解。

北京大学 数学科学学院 博士

张磊

上架建议：科普/漫画

ISBN 978-7-03-029163-9



9 787030 291639 >

科学出版社 东方科龙

<http://www.okbook.com.cn>

zhaoliyan@mail.sciencep.com

定价：32.00元